

**EXERCICE 1** (7 points)

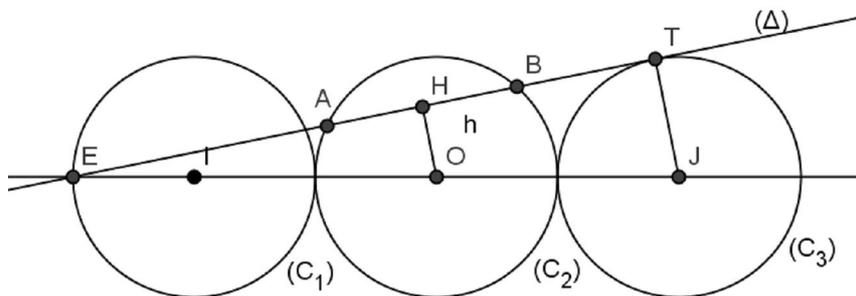
On considère trois cercles  $(C_1)$ ,  $(C_2)$  et  $(C_3)$  de même rayon, noté  $r$ , et de centres respectifs  $I$ ,  $O$  et  $J$ . Dans tout l'exercice, **le rayon  $r$  est un nombre entier non nul.**

Nous savons que :

- les trois points  $I$ ,  $O$  et  $J$  sont alignés et dans cet ordre ;
- le cercle  $(C_1)$  est tangent au cercle  $(C_2)$  ;
- le cercle  $(C_2)$  est tangent au cercle  $(C_3)$  ;
- le point  $E$  est à l'intersection de la droite  $(OI)$  et du cercle  $(C_1)$ , et n'appartient pas au cercle  $(C_2)$  ;
- la droite  $(\Delta)$  est tangente au cercle  $(C_3)$  en  $T$  et passe par  $E$  ;
- la droite  $(\Delta)$  coupe le cercle  $(C_2)$  en  $A$  et en  $B$  ;
- $H$  est le point de  $(\Delta)$  tel que  $(OH)$  et  $(\Delta)$  sont perpendiculaires.

1. On pose  $OH = a$ .

- a. En utilisant le théorème de Thalès, démontrer que :  $a = \frac{3}{5}r$ .
- b. Démontrer que  $H$  est le milieu de  $[AB]$ .
- c. Quels sont les nombres  $r$  pour lesquels  $a$  est un nombre entier ?
- d. Pour quelle(s) valeur(s) de  $r$  le nombre  $a$  est-il un nombre premier ?



2. Pour cette question, on suppose que  $r = 3$  cm.

- a. En utilisant uniquement la règle et le compas, reproduire la figure sur la copie à la taille réelle.

**On laissera apparents tous les traits de construction ; on ne demande pas de rédaction.**

- b. Calculer  $HB$ , puis  $AB$  (on pourra utiliser la première question). Mesurer  $AB$  sur la construction de la question a. Que peut-on conclure ?

**EXERCICE 2** (7 points)

On joue aux fléchettes sur une cible comportant trois zones : une à 5 points, une à 7 points et une à 11 points. On s'intéresse aux différents scores possibles, le nombre de fléchettes n'étant pas limité.

Par exemple, 30 est un score possible puisque  $30 = 11+7+7+5$  ou  $30 = 5 + 5 + 5 + 5 + 5$ .

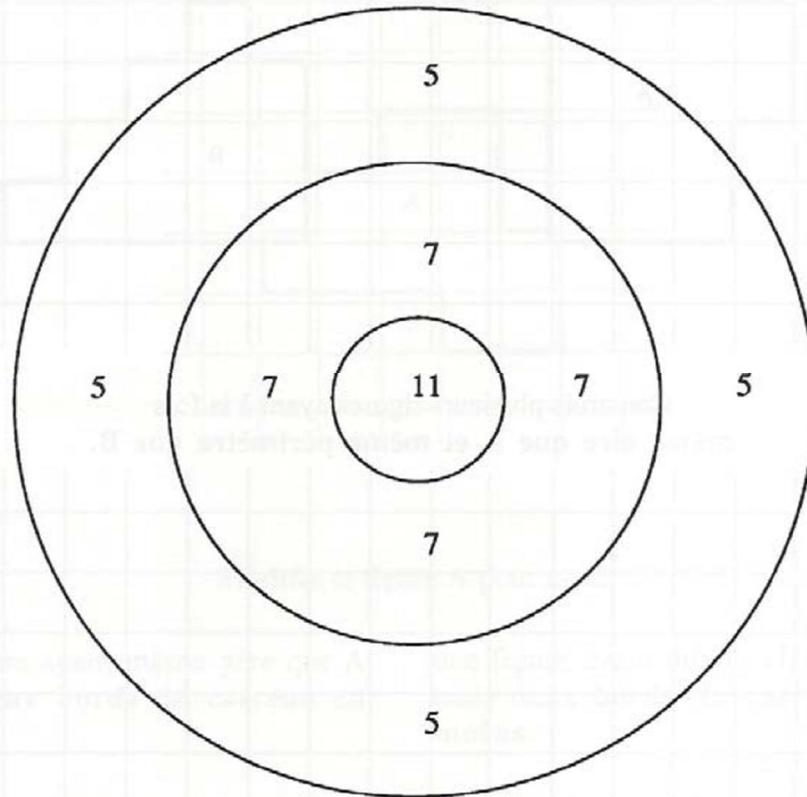
- Vérifier que 26, 43, 220 012 sont des scores possibles. Le score 13 est-il possible ?
- On dit que deux jeux sont identiques si, pour chacun d'entre eux, chaque zone de la cible comporte le même nombre de fléchettes. Par exemple les jeux correspondant aux scores :  $7 + 5 + 5 + 11$  et  $5 + 7 + 11 + 5$  sont identiques.
  - a. Démontrer qu'il existe deux jeux différents et deux seulement correspondant au score 34.
  - b. Trouver quatre jeux différents donnant le score 40.
- Trouver tous les scores que l'on peut obtenir avec un lancer de trois fléchettes ayant toutes atteint la cible. Présenter les résultats de manière organisée.

**Question complémentaire** (6 points)

Le document de l'annexe 1 présente un problème relevé dans la revue *Grand N*.

- Répondre aux deux questions posées. Lors d'une première lecture, une donnée peut sembler manquer. Laquelle ? Pourquoi n'est-ce pas le cas ?
- L'annexe 2 présente les travaux de cinq groupes d'élèves d'une classe à qui l'on a posé ce problème (les travaux portent uniquement sur la première question de l'annexe 1). Décrire les procédures utilisées par chacun de ces cinq groupes et analyser les erreurs.

FICHE... LA CIBLE\*



1

Guillaume :

Jeanne :

*«Toutes mes fléchettes ont atteint la cible. J'ai 34 points».*

*«J'ai raté deux fois la cible, mais j'ai aussi 34 points».*

Dans quelles zones de la cible Guillaume et Jeanne ont-ils mis leurs fléchettes ?

2

Camille :

*«J'ai 9 points de moins que vous !».*

Combien de fois Camille a-t-elle atteint la cible ?

\* Inspiré de Math-Ecole n° 159, CP 54, 2007 Neuchâtel, Suisse.

**GROUPE 1**

GUILLAUME  
 $(2 \times 7) + 5 + 5 + 5 + 5 = 34$   
 Jeanne  
 $(2 \times 11) = 22$   
 $22 + 7 + 5 = 34$

**GROUPE 2**

$\begin{array}{r} 11 \\ \times 2 \\ \hline 22 \end{array}$	$\begin{array}{r} 22 \\ + 5 \\ \hline \end{array}$	
$\begin{array}{r} 11 \\ + 11 \\ \hline 22 \\ + 5 \\ \hline 27 \\ + 7 \\ \hline 34 \end{array}$	Il a lancé 4 flechettes et a pris les zones 11, 5 et 7	$\begin{array}{r} 3 \text{ flechettes} \\ 5 \\ \times 4 \\ \hline 20 \\ + 7 \\ \hline 27 \\ + 7 \\ \hline 34 \end{array}$

**GROUPE 3**

Guillaume $11 + 11 + 7 + 5 = 34$	Jeanne: $7 + 7 + 5 + 5 + 5 + 5 = 34$
-------------------------------------	---

**GROUPE 4**

$\boxed{11 + 11 + 7 + 5}$	$\boxed{11 + 11 + 7 + 5}$
Guillaume	Jeanne

**GROUPE 5**

Guillaume: $11 + 11 + 7 + 5 = 34$ Jeanne: $7 + 7 + 7 + 7 + 5 = 34$	$\begin{array}{r} 11 \\ + 11 \\ + 7 \\ + 5 \\ \hline 34 \end{array}$
	$\begin{array}{r} 7 \\ + 7 \\ + 7 \\ + 7 \\ + 5 \\ \hline 34 \end{array}$