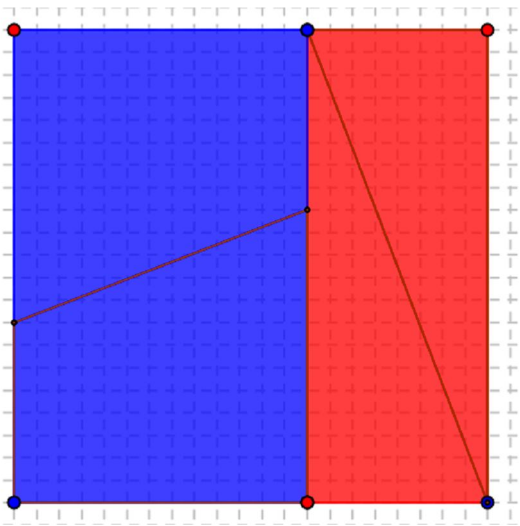
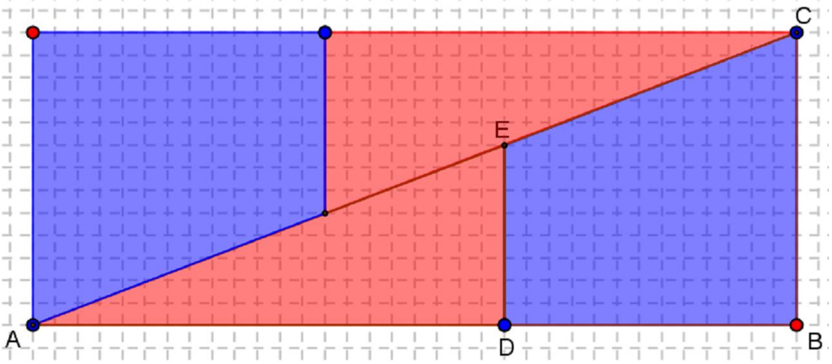
Correction de l'énigme n° 5 : 441 = 442 !

Remarque : puzzles réduits par rapport aux pièces initiales.

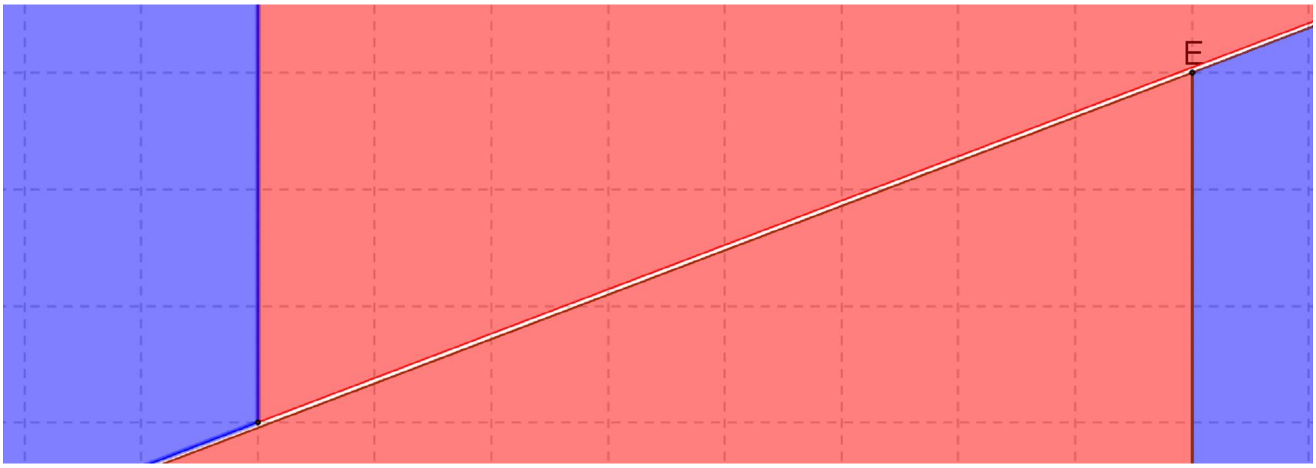
1. Voir ci-dessous, aire = $21 \times 21 = 441 \text{ cm}^2$.



2. Voir ci-dessous, aire = $34 \times 13 = 442 \text{ cm}^2$.



3. Une explication visuelle : on fait un zoom sur le point E, commun au triangle et au trapèze formant la longueur $[AE]$: un trou apparaît, donc les points A, E, C ne semblent pas alignés.



4. Une preuve : supposons que les points A, E, C soient alignés.

On sait par construction que les droites (ED) et (BC) sont toutes deux perpendiculaires à (AB), d'où (ED) est parallèle à (BC).

Dans le triangle ABC, on sait que A, D, B sont alignés, que A, E, C sont alignés, et que (ED) est parallèle à (BC). Le théorème de Thalès permet alors d'affirmer que $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{BC}{DE}$.

Or $\dfrac{AB}{AD} = \dfrac{34}{21} \approx 1{,}619$, et $\dfrac{BC}{DE} = \dfrac{13}{8} \approx 1{,}625$. Ces rapports n'étant pas égaux, une des trois hypothèses du théorème de Thalès est fausse (raisonnement par l'absurde) : cela ne peut être que l'alignement des points A, E, C.

Conséquence : les points A, E, C ne sont pas alignés : il existe un « trou » à l'intérieur du rectangle, dont on démontre pour des raisons de symétrie que c'est un parallélogramme. Son aire est forcément égale à 1 cm^2.