

Baccalauréat ES Métropole–La Réunion
septembre 2007

EXERCICE 1

4 points

Commun à tous les candidats

Pour chacune des quatre questions de ce QCM, une seule réponse est exacte.

Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte 1 point. Une réponse fautive enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'ajoute ni n'enlève aucun point.

Une fonction f est définie et dérivable sur l'ensemble $] - 6 ; - 3[\cup] - 3 ; +\infty[$. Le tableau de variations de la fonction f est le suivant :

| | | | | | | |
|----------------------|-----|----|------|-----------|-------------|-----------|
| x | -6 | -4 | -3,5 | -3 | 2 | $+\infty$ |
| Variations de f | ↗ 8 | | ↘ 0 | | ↘ $+\infty$ | |
| | 7 | | | $-\infty$ | 3 | 5 |

1. On peut affirmer que :

Réponse A : $\lim_{x \rightarrow 5} f(x) = +\infty$.

Réponse B : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 5$

Réponse C : $\lim_{x \rightarrow -6} f(x) = -\infty$.

Réponse D : $\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x < -3}} f(x) = 0$.

2. La courbe représentative de f admet pour asymptotes les droites d'équation :

Réponse A : $x = 5$ et $y = -3$

Réponse B : $x = -3$ et $y = 5$.

Réponse C : $y = 8$ et $y = 3$

Réponse D : $x = -6$ et $y = 5$.

3. Dans l'ensemble $] - 6 ; - 3[\cup] - 3 ; +\infty[$ l'équation $f(x) = 4$ admet

Réponse A : 0 solution

Réponse B : 1 solution

Réponse C : 2 solutions

Réponse D : 3 solutions

4. On considère le nombre réel $I = \int_2^4 f(x) dx$. On peut affirmer que :

Réponse A : $0 \leq I \leq 3$

Réponse B : $6 \leq I \leq 10$

Réponse C : $3 \leq I \leq 6$

Réponse D : $I \geq 10$.

EXERCICE 2

5 points

Pour les candidats n'ayant pas suivi l'enseignement de spécialité

Le tableau suivant donne, en milliers, le nombre de Pactes civils de solidarité (PACS) signés chaque année en France :

| | | | | | |
|------------------------------------|------|------|------|------|------|
| Années | 2000 | 2001 | 2002 | 2003 | 2004 |
| Rang de l'année, x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| Nombres de PACS en milliers, y_i | 22,1 | 19,4 | 25 | 31,1 | 39,6 |

Source INSEE.

1. Calculer, à 0,1 près, le pourcentage d'augmentation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité entre 2000 et 2004.

2. On envisage un ajustement affine

- a. À l'aide de la calculatrice, donner l'équation de la droite d'ajustement de y en x par la méthode des moindres carrés, sous la forme $y = ax + b$. Par la suite, on pose $f(x) = ax + b$.
- b. En supposant que cet ajustement affine est valable jusqu'en 2007, donner une estimation du nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2007.

3. On envisage un autre type d'ajustement

On modélise le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés durant l'année $2000 + x$ (x entier) à l'aide de la fonction g définie par

$$g(x) = 1,6x^2 - 1,8x + 21,4.$$

- a. En utilisant ce second modèle, calculer le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2007.
- b. On suppose que l'évolution se poursuit selon ce modèle jusqu'en 2015. Le nombre de milliers de Pactes civils de solidarité signés en 2010 sera-t-il supérieur à 100 000? Justifier.

4. Comparaison des deux ajustements

Pour chacun des deux modèles, on calcule ci-dessous le tableau des carrés des écarts entre les valeurs réelles et les valeurs calculées à l'aide de chacun des deux ajustements.

| | | | | | |
|----------------------|----|-------|------|------|------|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $[(y_i - f(x_i))^2]$ | 16 | 11,36 | 5,95 | 1,02 | 7,95 |

| | | | | | |
|----------------------|------|---|---|---|---|
| x_i | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 |
| $[(y_i - g(x_i))^2]$ | 0,49 | | | | |

- a. Recopier et compléter le deuxième tableau, les valeurs étant arrondies au centième.
- b. Lequel de ces deux ajustements semble le plus proche de la réalité? Justifier.

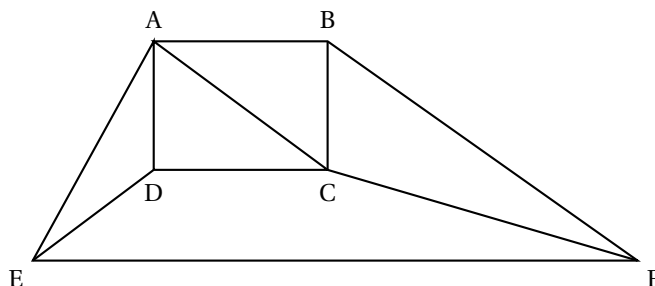
EXERCICE 2

5 points

Pour les candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Partie I

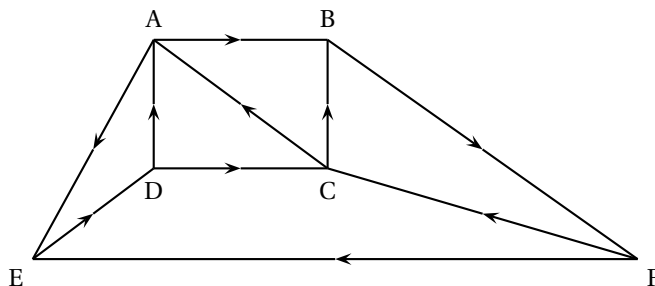
Le graphe suivant représente le plan d'une ville. Les arêtes du graphe représentent ses avenues commerçantes et les sommets du graphe les carrefours de ces avenues.



- Donner l'ordre de ce graphe, puis le degré de chacun de ses sommets.
- Un piéton peut-il parcourir toutes ces avenues sans emprunter plusieurs fois la même avenue? Justifier votre réponse.

Partie II

Dans le graphe suivant, on a indiqué le sens de circulation dans les différentes avenues.



1. Écrire la matrice M associée à ce graphe.
(On rangera les sommets dans l'ordre alphabétique).
2.
 - a. Quel est le nombre de trajets de longueur 2 reliant D à B ?
 - b. Comment pourrait-on obtenir ce résultat uniquement par le calcul à partir de la matrice M ?

EXERCICE 3**7 points****Commun à tous les candidats**

La courbe (\mathcal{C}) donnée en ANNEXE, est la représentation graphique dans un repère orthogonal d'une fonction f définie et dérivable sur R . On note f' sa fonction dérivée.

Les points A (3 ; e) et B (4 ; 2) appartiennent à cette courbe.

La tangente à la courbe en A est parallèle à l'axe des abscisses et la tangente (T) à la courbe en B coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse 6.

PARTIE I : lecture graphique

Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes, sans justifier.

1. Pour quelles valeurs du nombre réel x de l'intervalle $[3 ; 10]$ a-t-on $f(x) \leq 2$?
2. Déterminer $f'(3)$ et $f'(4)$.

PARTIE II étude de la fonction

La fonction f représentée dans l'ANNEXE, est la fonction définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par

$$f(x) = (x-2)e^{(-x+4)}$$

1.
 - a. Calculer $f(0)$. Donner la valeur décimale arrondie à l'unité.
 - b. On donne $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$. Donner une interprétation graphique de ce résultat.
2.
 - a. Pour tout nombre réel x de l'intervalle $[0 ; +\infty[$, calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = (3-x)e^{(-x+4)}$.
 - b. Sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ étudier le signe de $f'(x)$, puis dresser le tableau de variations de la fonction f .
3. On admet que la fonction g définie sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par

$$g(x) = (1-x)e^{(-x+4)}$$

est une primitive de la fonction f sur l'intervalle $[0 ; +\infty[$.

En déduire la valeur moyenne m de f sur l'intervalle $[2 ; 10]$. On donnera la valeur exacte, puis la valeur décimale arrondie au millième.

Rappel : Soit f une fonction et $[a ; b]$ un intervalle sur lequel f est définie et dérivable.

La valeur moyenne m de f sur un l'intervalle $[a ; b]$ est le nombre m tel que :

$$m = \frac{1}{b-a} \times \int_a^b f(x) dx.$$

PARTIE III : étude d'un bénéfice

Une entreprise vend x centaines de litres de parfum par jour $1,8 \leq x \leq 4,5$.

Le bénéfice en milliers d'euros réalisé, par jour, par l'entreprise lorsqu'elle vend x centaines de litres est donné par $f(x)$ pour $x \in [1,8; 4,5]$. On suppose donc que pour des raisons techniques et commerciales l'entreprise vend au moins 180 litres et au plus 450 litres.

1. Calculer le bénéfice en euros réalisé sur la vente de 400 litres (soit 4 centaines de litres).
2. Déterminer la quantité de litres à vendre par jour pour réaliser un bénéfice maximal. Quel est ce bénéfice maximal en euros ? (Donner la réponse arrondie à 1 €).
3. À partir de quelle quantité journalière l'entreprise ne vend-elle pas à perte ?

EXERCICE 4**4 points****Commun à tous les candidats**

Jean s'amuse régulièrement sur un terrain de football avec le gardien de but. Chaque partie consiste à tirer successivement deux tirs au but.

Au vu des résultats obtenus au cours de l'année, on admet que :

- la probabilité que Jean réussisse le premier tir au but est égal à 0,8 ;
- s'il réussit le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,7 ;
- s'il manque le premier, alors la probabilité de réussir le second est 0,5.

On note R_1 l'évènement : « le premier tir au but est réussi » et $\overline{R_1}$ son évènement contraire,

R_2 l'évènement : « le second tir au but est réussi » et $\overline{R_2}$ son évènement contraire.

1. Représenter la situation par un arbre pondéré.
2. Calculer la probabilité que les deux tirs au but soient réussis.
3.
 - a. Calculer la probabilité que le second tir au but soit réussi.
 - b. Les évènements R_1 et R_2 sont-ils indépendants ? Justifier la réponse.
4. On note A l'évènement : « Jean a réussi exactement un tir au but ». Montrer que $p(A) = 0,34$.

ANNEXE

EXERCICE 3

Commun à tous les candidats

