

# Chapitre 4

## La demande de monnaie et le marché de la monnaie

Bertrand Crettez

6 mai 2008

### 1 Introduction

**Definition 1** *La liquidité d'un bien est la possibilité plus ou moins grande de l'échanger sans délais, sans coût et sans risque contre d'autres biens.*

Dans une économie, les biens ont des degrés de liquidité différents. L'échange d'un bien contre un autre peut nécessiter :

- du temps (on n'est pas nécessairement en contact avec les personnes intéressées par un échange) ;
- des ressources (qu'il faut dépenser afin de faire connaître l'offre - publicité etc ... -, ou s'acquitter de différentes obligations légales (taxes etc...)).
- une variation de sa valeur (risque de dépréciation ou de baisse de la demande etc...)

**Definition 2** *Dans une économie donnée, on appelle monnaie le bien le plus liquide.*

Cette définition correspond parfaitement ce que nous connaissons de la monnaie dans notre vie courante.

Elle sert aussi à classer les différents actifs - c'est-à-dire les divers moyens de *conserver* de stocker de la richesse - que l'on regroupe sous le nom de monnaie et qui diffèrent par leur degré de liquidité.

Le bien le plus liquide correspond dans la réalité aux billets, pièces de monnaie etc... (on y ajoute aussi la monnaie centrale qui sert aux échanges

entre les institutions monétaires et bancaires). La somme des moyens de paiements évoqués ci-dessus constitue l'agrégat monétaire  $M1$ .

On ajoute ensuite les dépôts à vue des particuliers dans les banques et autres institutions financières. Il n'y a pas vraiment de différences de liquidités entre ces dépôts et la monnaie légale (si ce n'est que l'on n'est pas obligé d'accepter des paiements par chèques).

Lorsque l'on ajoute les divers dépôts à vue à l'agrégat  $M1$ , on obtient l'agrégat  $M2$ .

Ensuite, viennent les différents actifs financiers, assez facilement mobilisables pour effectuer des paiements (comptes d'épargne, codevi etc...).

Finalement, on dispose du reste des actifs financiers (mais leur mobilisation peut entraîner un risque de perte de valeurs - par exemple, on vend des actions moins cher que le prix auquel on les a achetées).

Lorsque l'on ajoute des actifs financiers à l'agrégat  $M2$ , on obtient l'agrégat  $M3$  et ainsi de suite.

## 2 La demande de monnaie

Nous avons vu que la monnaie est l'actif ou le bien le plus liquide dans l'économie. A la différence des autres actifs, la monnaie ne rapporte rien (et peut coûter lorsqu'il y a hausse de prix). Pour que les agents renoncent à détenir leur richesse sous la forme d'actifs rémunérateurs, la monnaie doit comporter un avantage relativement aux autres. Cet avantage, c'est la liquidité.

Nous allons maintenant étudier la façon dont est déterminée la *quantité* de monnaie détenue par un agent. Chaque agent a des besoins de liquidités, et celles-ci ont un coût. Un arbitrage est donc nécessaire<sup>1</sup>.

On a coutume, après Keynes, de distinguer deux grands motifs de détention de la monnaie (et donc du besoin de liquidité)

- Le motif de transaction.
- Le motif de spéculation.

Nous allons examiner ces besoins l'un après l'autre<sup>2</sup>

---

<sup>1</sup>Dans tout ce qui suit, nous supposons que les prix des biens sont fixes. On déterminera donc la demande d'encaisses réelles.

<sup>2</sup>Keynes distingue un troisième motif, le motif de précaution, mais nous n'y intéressons pas pour des raisons de place.

## 2.1 Le motif de transactions

Pour comprendre ce motif, on peut partir de la remarque de l'économiste américain Clower : dans les économies développées la monnaie achète les biens, des biens peuvent acheter de la monnaie, mais en général, on achète pas directement des biens avec des biens.

Autrement dit : avec de la monnaie on peut acheter des biens ; pour acquérir de la monnaie on peut vendre des biens, mais on n'échange pas directement des biens contre des biens. La monnaie est l'intermédiaire des échanges.

Le troc, les divers systèmes d'échanges de biens contre biens existent bien dans les économies développées mais à une échelle qui reste faible et sans comparaison avec les transactions qui impliquent des échanges de monnaie<sup>3</sup>.

Le troc est en effet un moyen d'échanges très peu efficace. Pour le comprendre, imaginons qu'il n'existe pas de monnaie. Soit une personne détenant un bien. Pour l'échanger contre un autre, il lui faut résoudre le problème de la double coïncidence des désirs. Il faut trouver une autre personne qui : a) désire acquérir le bien que la première personne offre ; b) dispose du bien que la première personne recherche. Une fois la rencontre rendue possible, il reste à déterminer les termes de l'échange.

Or, dans une économie développée, des millions de biens sont produits et échangés. S'il n'y avait pas de monnaie, il faudrait organiser des millions de rencontres bilatérales ce qui serait très coûteux en temps.

On comprend ainsi pourquoi l'usage du troc reste confiné à des économies peu développées et réciproquement, pourquoi il n'existe pas d'économies développées sans monnaie, c'est-à-dire sans un intermédiaire des échanges, i.e. un bien très liquide.

Ce caractère liquide lui est souvent conféré par le fait que l'Etat oblige chacun à accepter en paiements ces biens (et ceci contribue à la liquidité - on est prêt à accepter un paiement en monnaie car on sait que l'on pourra soi-même effectuer des paiements avec celle-ci). La monnaie est l'intermédiaire légal des échanges<sup>4</sup>.

---

<sup>3</sup>Le troc est un moyen d'échange dans l'économie souterraine, le travail au noir etc...

<sup>4</sup>Ce rôle d'intermédiaire légal n'est pas nécessaire pour un actif soit considéré comme monnaie. Il suffit qu'il soit reconnu comme intermédiaire des échanges. Mais la genèse de cet intermédiaire n'est pas évidente. Les bénéfices de la production privée de monnaie ne sont pas nécessairement comparables au coût. La monnaie est un bien public. C'est la raison pour laquelle il peut être nécessaire de confier sa production à l'Etat.

Les développements précédents expliquent la nature du motif de transactions. Plus les agents se livrent à des transactions variées et nombreuses, plus ils auront besoin de monnaie. En effet, il faudra disposer de plus d'encaisses pour financer davantage de transactions.

Les systèmes monétaires permettent à la monnaie de circuler plus ou moins vite (détentions monétaires très importantes en Allemagne car carte bleue peu développée).

Pour décrire ceci formellement, on utilise ce que l'on appelle l'équation quantitative de la monnaie :

$$M_t v_t = P_t Q_t \quad (1)$$

où pour une date  $t$  :

- $M_t$  désigne la quantité de monnaie en circulation (la masse monétaire).
- $P_t$  désigne le niveau général des prix.
- $Q_t$  désigne l'agrégat des quantités échangées.
- $v_t$  désigne la vitesse de circulation de la monnaie.

On calcule  $v_t$  connaissant les autres termes. La vitesse de circulation de la monnaie indique de quelle manière le stock de monnaie doit tourner dans l'économie pour financer les transactions.

Supposons maintenant que la vitesse de circulation soit constante. Alors tout accroissement des transactions nécessite une augmentation de la masse monétaire.

L'hypothèse de fixité de la vitesse de circulation de la monnaie est très forte (en réalité elle varie beaucoup dans le temps).

Nous allons maintenant attaquer le problème de l'analyse de la demande de monnaie d'un point de vue plus microéconomique (cet point a été jadis développé par Allais et Baumol<sup>5</sup>)

On fait quelques hypothèses. Soit un agent dont le problème de détention d'encaisses obéit aux considérations suivantes.

- L'horizon de décision couvre plusieurs périodes.
- A chaque début de période, l'agent reçoit un revenu égal à  $R_0$ .
- L'agent dépense tout son revenu au cours de la période et effectue des dépenses constantes (à chaque instant du temps on fait une même dépense)<sup>6</sup>.

---

<sup>5</sup>Baumol a adapté un modèle de gestion des stocks à celui de la détention de la monnaie.

<sup>6</sup>Sur le graphique 1, on a représenté l'évolution des encaisses d'un agent qui effectue deux retraits au cours de la période de décision.

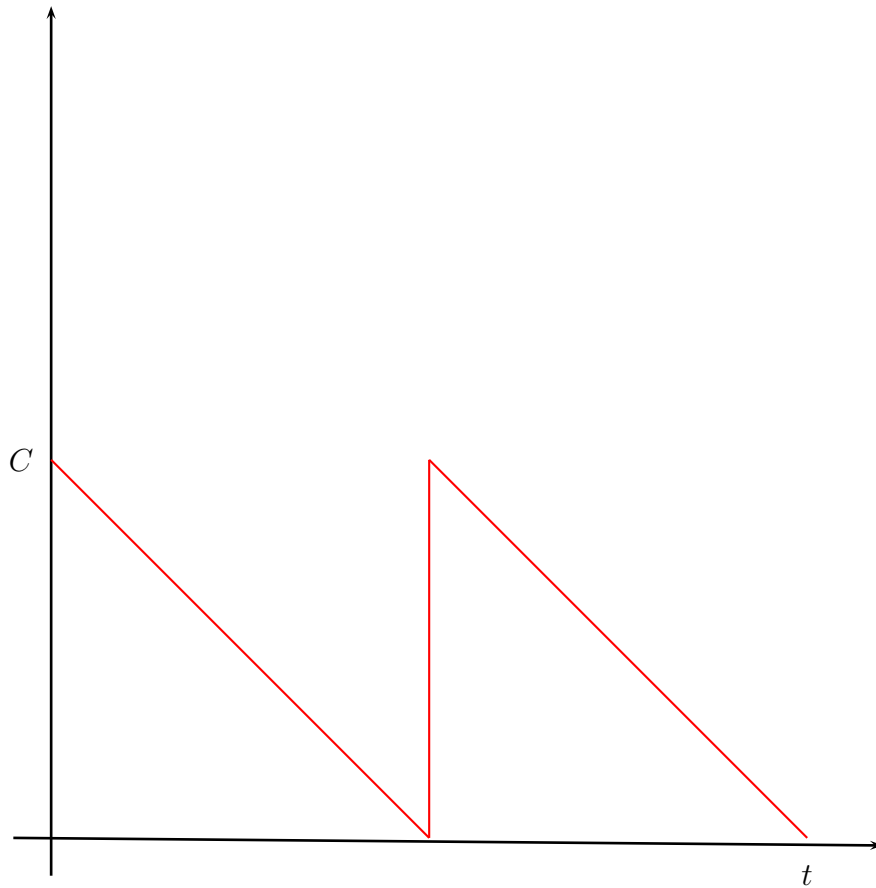


FIG. 1 – Les encaisses sont dépensées à un rythme constant.

- Il n’y a que deux actifs, la monnaie et les obligations. La monnaie ne rapporte rien tandis que les obligations rapportent un intérêt  $i$  par unité de temps (taux instantané).
- A chaque fois que l’agent achète ou vend des obligations, il subit un coût de transactions égal à  $b$ .

Supposons qu’à chaque fois que je vende des obligations, je le fasse pour une quantité égale à  $C$ . Alors, au cours de la période, je ferai un nombre de transactions égal à  $n$ , où  $n$  est défini par :

$$n = \frac{R_0}{C} \quad (2)$$

Les coûts entraînés par ces transactions sont égaux à<sup>7</sup> :

$$n \times b = \frac{nR_0}{C} \quad (3)$$

A ces coûts de transactions s’ajoutent des coûts financiers. En effet, détenir de la monnaie a un coût - un coût d’opportunité - représenté par les intérêts que l’on aurait gagnés si au lieu de détenir une certaine quantité de monnaie on avait détenu la même somme sous forme d’obligations.

---

<sup>7</sup>On convertit le revenu pour partie en titres puis il y a n-1 conversion de titres en monnaie.

Calculons ce coût d'opportunité. Soit  $i$  le taux d'intérêt correspondant à la durée existant entre deux versements du revenu  $R_0$  (par exemple le mois). On suppose que pour toute durée de prêt inférieure, le calcul des intérêts se fait de façon proportionnelle. Par exemple, si je prête pendant quinze jours, je recevrai un taux d'intérêt égal à  $i/2$ .

Si je ne fais qu'un retrait à la banque, je perds  $iR_0$  ( $C = R_0$ ). Si je fais deux retraits, je perds :  $R_0/2 \times i$  sur le premier retrait et  $(R_0/2) \times (1/2)i$  sur le second, soit au total :  $(R_0/2)(3/2)$ . En généralisant, si je fais  $n$  retraits, je perdrais :

$$\frac{iR_0}{n} \left( \frac{n}{n} + \frac{n-1}{n} + \dots + \frac{1}{n} \right) \quad (4)$$

soit :

$$\frac{iR_0}{n} \left( \frac{n+1}{2} \right) \quad (5)$$

On voit que les coûts d'opportunité sont décroissants par rapport à  $n$ , et sont bornés inférieurement par  $iR_0/2$ .

Quoiqu'il en soit, si l'on exprime le coût d'opportunité en fonction du montant  $C$  retenu, on obtient :

$$\frac{iR_0}{2} + \frac{iC}{2} \quad (6)$$

La valeur du coût total lié à un retrait d'un montant  $C$  :

$$D(C) = \frac{bR_0}{C} + \frac{iC}{2} + \frac{iR_0}{2} \quad (7)$$

L'individu va alors chercher à minimiser ce coût.

La condition du premier ordre, qui est suffisante (pourquoi?) s'écrit :

$$D'(C) = \frac{-bR_0}{C^2} + \frac{i}{2} = 0 \quad (8)$$

ce qui donne :

$$C = \sqrt{\frac{2bR_0}{i}} \quad (9)$$

On définit la demande de monnaie comme étant la monnaie détenue en moyenne au cours d'une sous-période. Puisque la dépense est faite de façon continue : la demande de monnaie  $M^d$  est donnée par :

$$M^d = \int_0^1 (1-t)C dt \quad (10)$$

$$= \left[ t - \frac{t^2}{2} \right]_0^1 C \quad (11)$$

$$= \sqrt{\frac{bR_0}{2i}} \quad (12)$$

On voit donc que la demande de monnaie :

- dépend négativement du taux d'intérêt.
- dépend positivement du revenu (mais moins que proportionnellement)
- dépend négativement du de transaction  $b$
- n'est pas sujette à l'illusion monétaire (si l'on double le revenu et  $b$ , rien ne se passe).

## 2.2 Les motifs de précaution et de spéculation

Nous allons surtout insister sur le premier de ces motifs. Le motifs de précaution se comprend bien. On désire conserver des encaisses afin de parer à des coups du sort, c'est-à-dire faire face à des dépenses imprévues. Du coup, la propriété de liquidité possédée par la monnaie est très utile : on fait face à ses dépenses sans subir de coûts ou des pertes de valeur du capital (dues à une vente forcée faite dans de mauvaises conditions).

Nous allons surtout nous attacher à étudier le motifs de spéculation. Plus haut, nous avons déjà vu que détenir de la monnaie entraînait un coût d'opportunité (le renoncement aux intérêts qui auraient pu être versés si les sommes détenues sous formes monétaires avaient été placées sur les marchés financiers). Toutefois, il convient de prendre en compte le fait que les placements sont risqués (ce qui atténue pour partie l'importance des coûts d'opportunité).

Une conséquence importance de l'introduction du risque dans l'analyse est la nécessité d'adapter les préférences à ce cadre. Il faut ainsi pouvoir disposer d'un critère permettant de comparer deux placements, chacun ayant des risques différents.

Nous allons présenter un modèle du à Tobin que l'on appelle le modèle moyenne-variance (une variante de la théorie du portefeuille).

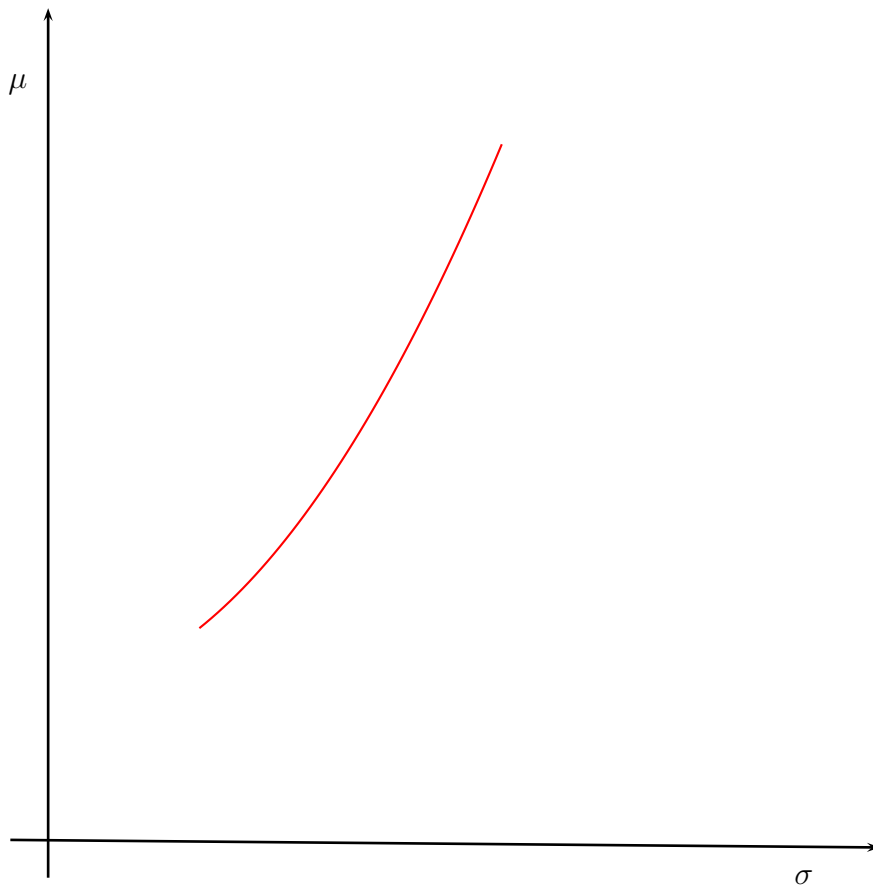


FIG. 2 – Les préférences pour le couple moyenne-variance.

Nous supposons que les préférences des agents sont une fonction croissante de l'espérance mathématique du gain de leur portefeuille et une fonction décroissante de l'écart-type de ce gain. On suppose que les courbes d'indifférence sont convexes (cf graphique 2) et croissantes : toute augmentation de l'écart-type doit être compensée par un accroissement plus que proportionnel de la moyenne.

Le choix de portefeuille consiste à déterminer les parts prises par la monnaie et les actifs financiers (une obligation par exemple).

La monnaie ne rapporte rien (on néglige la hausse des prix pour simplifier l'analyse - mais signalons la hausse des prix a une influence a priori ambiguës sur la demande de monnaie).

Le rendement  $R_B$  d'une obligation s'écrit :

$$R_B = i + g \tag{13}$$

où

- $i$  est le taux d'intérêt rapporté par le titre.
- $g$  est le gain en capital (la plus-value en cas de revente).

Nous supposons que :



$$E[g] = 0 \quad (14)$$

i.e. l'espérance mathématique du gain en capital est nul.

Il en résulte que l'espérance de gain d'une obligation est :

$$E[R_B] = E[i + g] \quad (15)$$

$$= E[i] + E[g] \quad (16)$$

$$= i \quad (17)$$

La variance du rendement d'une obligation est égale à :

$$Var[R_B] = E[(R_B - E[R_B])^2] \quad (18)$$

$$= E[(g - E[g])^2] \quad (19)$$

$$= E[g^2] \quad (20)$$

$$= \sigma_g^2 \quad (21)$$

où  $\sigma_g^2$  est la variance de la variable aléatoire  $g$ .

Etudions maintenant la composition du portefeuille. Supposons que l'on dispose d'une somme  $S$  et cherchons quelle sont les parts que l'on doit investir en obligations et en monnaie.

On peut mener le raisonnement avec une somme égale à 1 (le gain est linéaire par rapport à la somme investie).

Le rendement d'un portefeuille d'une unité de richesse ayant une part  $a$  d'obligations est une variable aléatoire  $R$  :

$$R = aR_B + (1 - a) \times 0 \quad (22)$$

$$= a(i + g) \quad (23)$$

Soit  $\mu$  et  $\sigma^2$  respectivement l'espérance mathématique et la variance du rendement du portefeuille. On a :

$$\mu = E[R] \quad (24)$$

$$= E[a \times (i + g)] \quad (25)$$

$$= aE[(i + g)] \quad (26)$$

$$= aE[R_B] \quad (27)$$

$$= a \times i \quad (28)$$

$$\sigma^2 = E[(R - E[R])^2] \quad (29)$$

$$= E[(a(i + g) - ai)^2] \quad (30)$$

$$= a^2 E[g^2] \quad (31)$$

$$= a^2 \sigma_g^2 \quad (32)$$

De cette dernière équation l'on tire :

$$a = \frac{\sigma}{\sigma_g} \quad (33)$$

Donc, en utilisant l'expression donnant la moyenne du portefeuille, nous avons,

$$\mu = \frac{i\sigma}{\sigma_s} \quad (34)$$

Cette équation est la droite des opportunités qui sont offertes à l'individu. C'est l'ensemble des combinaisons espérance-variance qui sont réalisables pour l'individu (moyennant une certaine composition de portefeuille).

Maintenant que nous avons vu quel était l'ensemble des choix possibles pour un agent (c'est-à-dire l'ensemble des combinaisons espérance-variance), nous allons examiner la manière dont un agent fait son choix de portefeuille.

Formellement, l'agent résout de problème suivant :

$$\max_{\mu, \sigma} U(\mu, \sigma) \quad (35)$$

$$\mu = \frac{i\sigma}{\sigma_g} \quad (36)$$

En utilisant la contrainte, nous obtenons :

$$U\left(\frac{i\sigma}{\sigma_g}, \sigma\right) \quad (37)$$

La condition du premier ordre - suffisante - s'écrit :

$$\frac{i}{\sigma_g} U'_1(\mu, \sigma) + U'_2(\mu, \sigma) = 0 \quad (38)$$

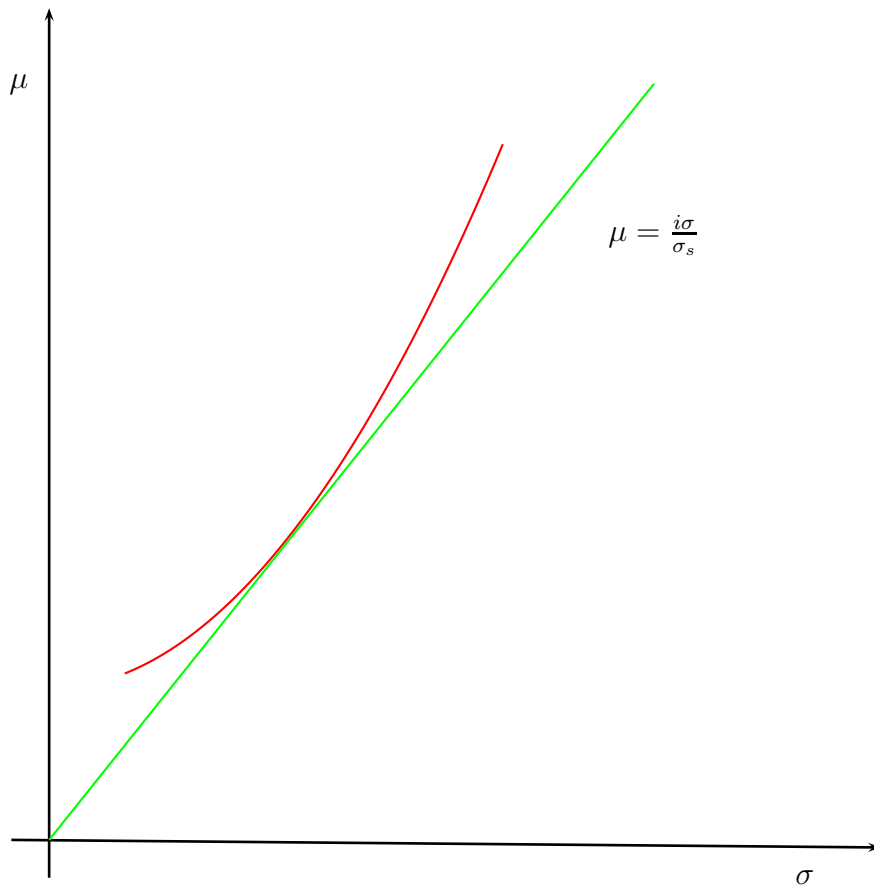


FIG. 3 – Le choix de portefeuille optimal.

L'interprétation en terme d'arbitrage est habituelle. Ré-aménager le portefeuille en vue d'accroître la variance d'une unité diminue l'utilité d'un montant approximativement égale à  $U'_2$ . En contrepartie, l'espérance mathématique croît d'une valeur égale à  $\frac{i}{\sigma_g}$  et l'utilité totale s'accroît d'un montant approximativement égale à  $\frac{i}{\sigma_g}U'_1$ . Lorsque la composition du portefeuille est optimale, ce genre d'arbitrage entraîne un gain nul.

Graphiquement, le choix de l'agent se traduit par la tangence de la courbe d'indifférence (associée au niveau d'utilité optimale) à la droite décrivant les couples (moyenne, variance) admissibles (cf graphique 3).

On note  $a^*$  la valeur optimale de la part des obligations dans le portefeuille. On peut la lire graphiquement.

Comment varie la part des obligations avec le taux d'intérêt? (cf graphique).

Pour répondre à cette question, nous allons prendre un exemple. Supposons ainsi que :

$$U(\mu, \sigma) = \mu - \frac{\alpha}{2}\sigma^2 \quad (39)$$

On peut tout exprimer en fonction de la part de l'obligation dans le portefeuille, et on obtient une fonction  $V(a)$  :

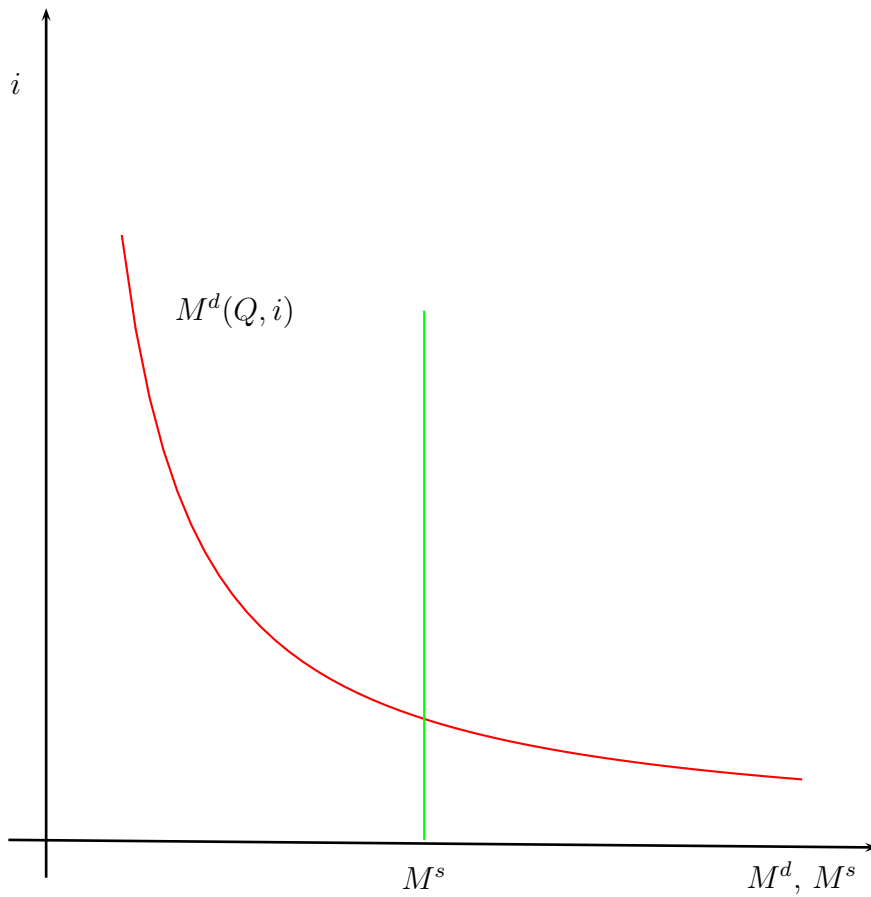


FIG. 4 – L'équilibre du marché de la monnaie à  $Q$  constant.

$$V(a) \equiv U(\mu(a), \sigma(a)) = ai - \frac{\alpha}{2} a^2 \sigma_g^2 \quad (40)$$

La part optimale des obligations dans le portefeuille vaut donc :

$$a = \frac{i}{\alpha \sigma_g^2} \quad (41)$$

Cette fonction croît avec le taux d'intérêt et décroît avec le risque de variation de celui-ci (sa variance).

### 3 Le marché de la monnaie

Nous allons supposer que l'offre de monnaie est fixe (et ce pour des raisons de simplification : on ne veut pas passer trop de temps à étudier l'offre de monnaie et donc le système bancaire). Notons  $\bar{M}$  le stock de monnaie. Il existe une demande pour le stock de monnaie réelle (on suppose que les prix sont fixes pour simplifier). La demande de monnaie dépend positivement du montant des transactions qui varie comme lui-même comme le montant de la production  $Q$  et négativement du taux d'intérêt ( $i$ ).

Il n'y a pas à proprement parler de marché de la monnaie. L'économie doit simplement s'ajuster pour que les agents soient d'accord pour détenir le stock de monnaie nominale présent dans l'économie. L'équation d'équilibre prend ainsi la forme :

$$M^d(Q, i) = \overline{M} \quad (42)$$

Commençons par étudier le cas où la production nationale  $Q$  est constante. On peut représenter l'équilibre du marché de la monnaie dans un plan (monnaie, taux d'intérêt) - cf graphique 4. L'offre de monnaie étant fixe, elle est représentée par une droite verticale dont l'abscisse est précisément égale au montant de cette offre. La demande de monnaie est représentée par une courbe décroissante. En effet, le niveau de production étant donnée, plus le taux d'intérêt est faible, plus le coût d'opportunité de la détention d'encaisses est faible, est plus les agents sont enclins à en détenir.

Si l'offre de monnaie est accrue (politique monétaire expansionniste), l'équilibre du marché est modifié. Il est maintenant réalisé avec un niveau de taux d'intérêt plus faible (cf graphique 5).

Pour étudier l'équilibre sur le marché de la monnaie, on peut aussi regarder l'ensemble des couples (production, taux d'intérêt) qui assure l'équilibre. Dans un plan  $(Q, i)$  la courbe est croissante (cf graphique 6). En effet, la masse monétaire étant donnée, tout accroissement de la production entraîne une hausse de la demande de monnaie qui ne peut être satisfaite. La demande ne retrouve de rapport avec l'offre que si le taux d'intérêt est plus fort (les agents vont vendre des obligations et le prix de ces obligations va augmenter (idem pour le taux d'intérêt)).

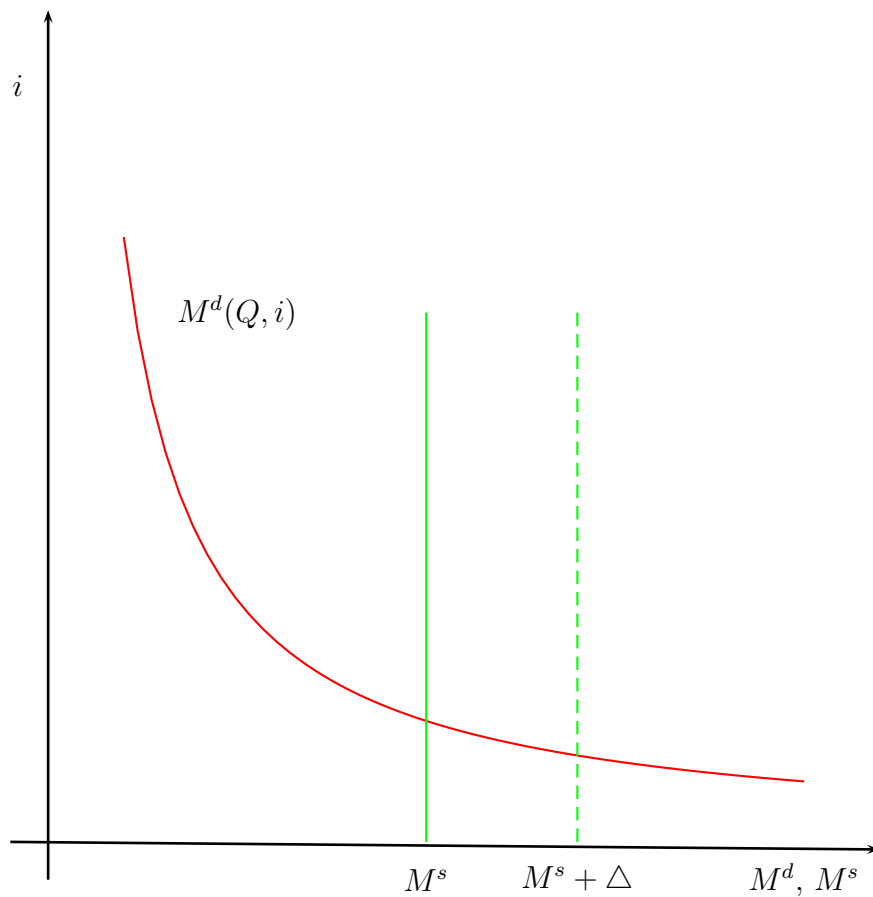


FIG. 5 – L'équilibre du marché de la monnaie en cas de hausse de la masse monétaire.

On peut étudier les déplacements de la courbe lorsque se produit un accroissement de l'offre de monnaie. Dans ce cas, la courbe se déplace vers la droite. A tout niveau de production, le taux d'intérêt doit être plus faible pour obtenir l'équilibre.

**Exercice.** Que se passe-t-il sur le marché de la monnaie (dans les deux configurations) si, à la suite de la généralisation de monéo, les agents ont moins besoin d'encaisses monétaires ?

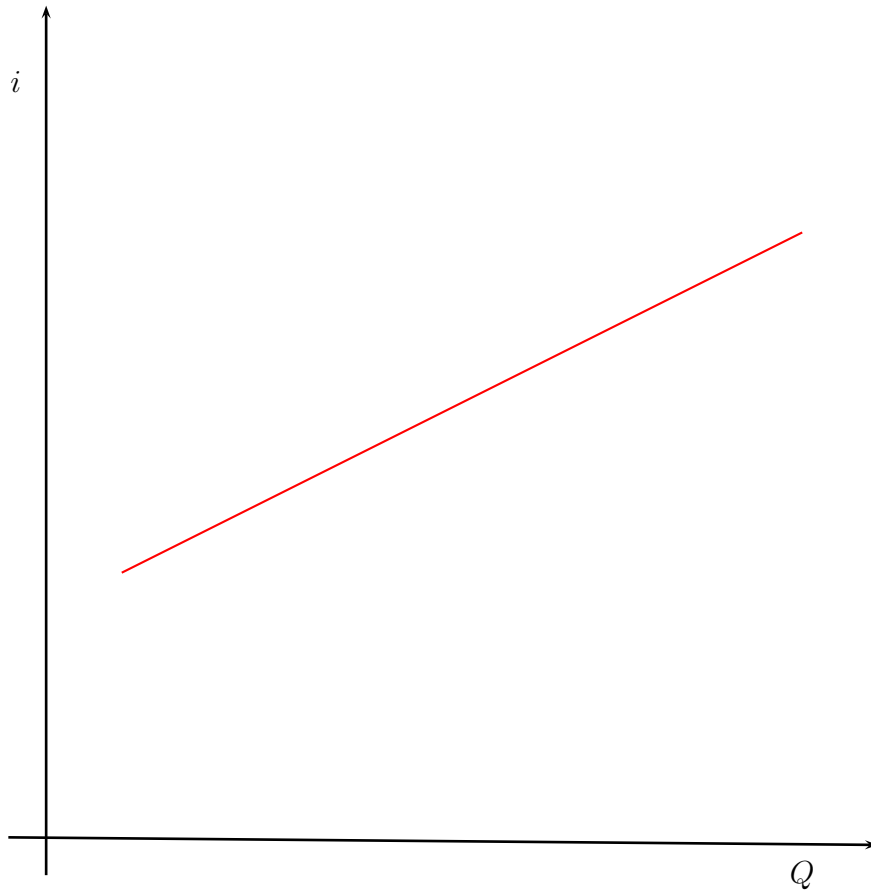


FIG. 6 – L'équilibre du marché de la monnaie.