

EXERCICE 1

Le plan est rapporté à un repère orthonormal (O , \vec{u} , \vec{v})

On appelle f l' application qui à tout point M d' affixe z (z ≠ -1) associe le point M' d' affixe z' telle que

$$z' = \frac{-iz - 2}{z + 1}$$

Soient A , B , C les points d' affixe respectives a = -1 , b = 2i , c = -i

1- Soit C' l' image du point C par f , Donner l' affixe c' du point C' sous forme algébrique puis sous forme trigonométrique

2- Calculer l' affixe d du point D ayant pour image par f le point D' d' affixe

$$d' = \frac{1}{2}$$

3- Pour tout nombre complexe z différent de -1 , on note p le module de z + 1 (c' est à dire $|z+1| = p$) et p' le module de z' + i (c' est à dire $|z'+i| = p'$)

a- Démontrer que , pour tout nombre complexe z différent de -1 on a :

$$pp' = \sqrt{5}$$

b- Si le point M appartient au cercle (Γ) de centre A et de rayon 2 , montrer que le point M' = f(M) appartient au cercle (Γ') dont on précisera le centre et le rayon

4- Pour tout nombre complexe z différent de -1 , on considère le nombre complexe

$$w = \frac{z - 2i}{z + 1}$$

a- interpréter géométriquement l' argument du nombre complexe w

b- montrer que z' = -i w

c- déterminer l' ensemble (F) des point M d' affixe z tels que z' soit réel un non nul

d- Vérifier que le point D appartient aux ensembles (Γ) et (F)

5- Représenter les ensembles (Γ) , (Γ') , (F) (unité 4 cm)