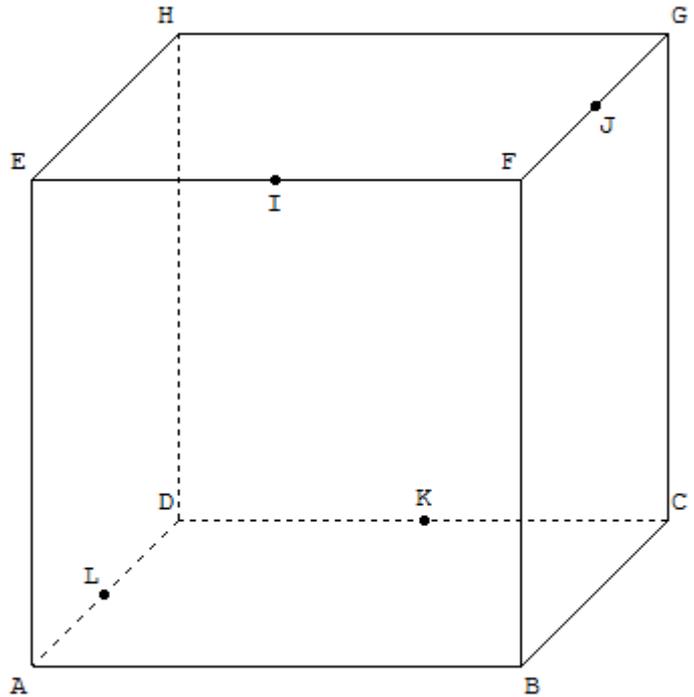


Notions essentielles de géométrie dans l'espace

Exemple : dans la figure ci-contre, ABCDEFGH est un cube, I, J, K, L sont les milieux respectifs de [EF], [FG], [CD] et [AD]. Essayez d'illustrer chacune des définitions, propriétés et théorèmes ci-dessous à l'aide de points de la figure.



I Détermination d'un plan

- à partir de **3 points** A, B, C non alignés
- à partir de **2 droites** D et D' sécantes
- à partir de **2 droites** D et D' parallèles
- à partir d'**1 droite** D et d'**1 point** A n'appartenant pas à la droite D

Propriétés

Si **2 points distincts** A et B appartiennent à **1 même plan** P alors **tout point de la droite** (AB) appartient au plan P . On dit alors que la **droite** (AB) est alors **incluse** dans le plan P (notation : $(AB) \subset P$)

Définition : **2 droites incluses** dans **1 même plan** sont dites **coplanaires**. **Quatre points appartenant à 1 même plan** sont aussi dits **coplanaires**.

Remarque : **4 points de l'espace ne sont en général pas coplanaires ! (de même, 3 points du plan ne sont en général pas alignés...)**

II Positions relatives

* de deux plans

2 plans peuvent être - *sécants*

- *parallèles*

Théorème : Si **2 plans** sont sécants, leur intersection est **1 droite**.

Méthode : pour trouver la droite d'intersection de deux plans sécants, il suffit de trouver deux points appartenant à la fois aux deux plans.

* de deux droites

2 droites peuvent être - *coplanaires*

elles sont alors soit *sécantes*

soit *parallèles et distinctes*

soit *confondues*

- *non coplanaires*

Remarque : Si (AB) est parallèle ou sécante avec (DC) , alors les points A, B, C et D sont coplanaires.

Deux droites non coplanaires ne sont ni sécantes ni parallèles.

Deux droites non parallèles ne sont pas forcément sécantes !

Méthode : pour montrer que deux droites sont sécantes, on montre qu'elles sont coplanaires et non parallèles.

* **d'un plan P et d'une droite d**

1 plan P et 1 droite D peuvent être -

parallèles

1^{er} cas : la droite D et le plan P sont *strictement parallèles* (aucun point de D n'appartient à P)

2^e cas : la droite D est *incluse* dans le plan P ($D \subset P$: tous les points de D appartiennent à P)

- *sécants*

Théorème : Si D et P sont sécants, l'intersection de D et de P est un point A .

III Règles d'incidence

* **Plans parallèles**

Théorème : Si deux plans sont parallèles, tout plan qui coupe l'un coupe l'autre et les droites d'intersection sont parallèles

* **Droite parallèle à un plan**

Théorème (théorème du toit) : Si une droite D est parallèle à deux plans sécants P et P' , alors elle est parallèle à la droite d'intersection D' de P et P' .

IV Orthogonalité dans l'espace

* **Droites orthogonales**

Définition : Deux droites sont **perpendiculaires** lorsqu'elles sont **sécantes** et qu'elles **se coupent à angle droit**

Deux droites sont **orthogonales** lorsqu'il existe une droite parallèle à l'une et perpendiculaire à l'autre

Remarque : Deux droites orthogonales ne sont pas forcément perpendiculaires .

Théorème Si deux droites sont parallèles alors toute droite orthogonale à l'une est orthogonale à l'autre

Si deux droites sont orthogonales alors toute droite parallèle à l'une est orthogonale à l'autre

Attention : si deux droites sont orthogonales à une même troisième, elles ne sont pas forcément parallèles !

* **Droite perpendiculaire à un plan**

Définition : une droite d est **perpendiculaire à un plan P** lorsque **d est orthogonale à deux droites sécantes de P**
Dans ce cas on dit aussi que P est perpendiculaire à d

Théorème : Si une droite est perpendiculaire à un plan alors elle est orthogonale à toutes les droites de ce plan

Propriétés : Si deux droites sont perpendiculaires à un même plan alors elles sont parallèles

Si deux plans sont perpendiculaires à une même droite alors ils sont parallèles