Texte 1 :

- Niveau de vie (définition générale) : la qualité et la quantité des biens et services dont disposent les ménages.
- Niveau de vie (définition INSEE) : $RDB / \textit{unités de consommation des ménages}$
  Unités consommation : 1 par adulte, 0.5 pour les suivants > 14 ans, 0.3 pour ceux < 14 ans.
- Pouvoir d'achat (du salaire) : l'ensemble des biens et services qu'on peut se procurer avec un salaire donné.
- Indice des prix à la consommation (IPC) : moyenne pondérée des prix des différents biens et services composant le panier de consommation du ménage moyen.
- Taux d'inflation $(t) = \frac{IPC_{(t)} - IPC_{(t-1)}}{IPC_{(t-1)}}$

Problèmes de l'IPC :
- structure de consommation
- panier de consommation de référence
  p8 tableau (Laspeyre / Paasche) selon date initiale ou finale.

Exercice 1 :

1. La propension moyenne à consommer (*PMC*) est la part du revenu (Y_t) consacrée à la consommation (C_t). Elle s'écrit :

   $$PMC = \frac{C_t}{Y_t}$$

   La propension marginale à consommer, appelée *c* ou *PmC*, est la part supplémentaire allouée à la consommation suite à une variation d'une unité de revenu.

   $$PmC = c = \frac{\Delta C_t}{\Delta Y_t} = \frac{\partial C_t}{\partial Y_t}$$

2. - les *PMC* et *PmC* sont toutes les deux comprises entre 0 et 1
   - la *PMC* est décroissante par rapport au revenu
   - la *PmC* est constante

3. c est la propension marginale à consommer.
   C_0 est la consommation autonome ou incompressible, c'est-à-dire la consommation au-dessous de laquelle le consommateur ne peut pas descendre (elle est indépendante de Y_t et c'est une constante).

4. L'épargne S_t est la partie non consommée du revenu Y_t.
   $Y_t = C_t + S_t$
   $Y_t = cY_t + C_0 + S_t$
   $S_t = Y_t - cY_t - C_0$
   $S_t = \underbrace{(1-c)}_{s} Y_t - C_0$
   $s = (1-c)$ propension marginale à épargner

Exercice 2 :

Traduction :
« La loi psychologique fondamentale sur laquelle nous pouvons nous appuyer en toute sécurité, à la fois à priori en raison de notre connaissance de la nature humaine, et à posteriori en raison des renseignements détaillés d'une expérience, c'est qu'en moyenne, et la plupart du temps, les hommes tendent à accroître leur consommation à mesure que leur revenu croît mais non dans une quantité aussi grande que l'accroissement du revenu .»
Extrait de la théorie générale de Keynes.

1. Dans la fonction d'utilité présentée ici, s représente la pondération de la consommation de la période 2 par rapport à la consommation totale. s est aussi appelé taux de préférence pour le présent.

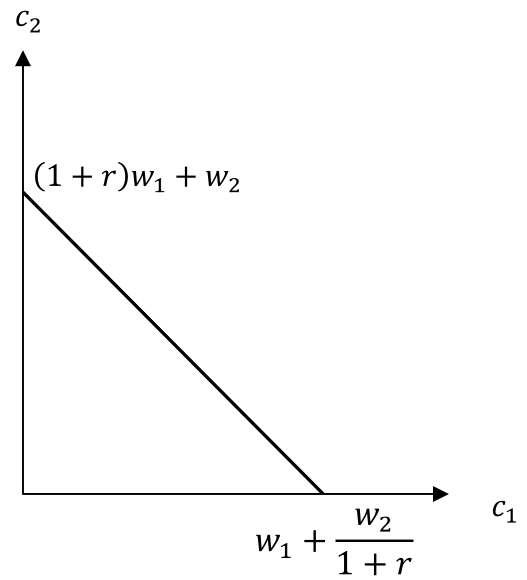
2. On a $\begin{cases} c_1 + s = w_1 & (1) \\ c_2 = (1+r)s + w_2 & (2) \end{cases}$

$$(1) : \; s = w_1 - c_1$$

$$\Rightarrow (2) : \; c_2 = (1+r)(w_1 - c_1) + w_2$$

$$\Rightarrow (1+r)c_1 + c_2 = (1+r)w_1 + w_2$$

où $c_1 + \frac{c_2}{1+r} = w_1 + \frac{w_2}{1+r}$



3. $Max\ U\ (c_1, c_2) = (1-s)ln(c_1) + sln(c_2)$

sous la contrainte : $c_1 + \frac{c_2}{1+r} = w_1 + \frac{w_2}{1+r}$

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = w_1 + \frac{w_2}{1+r}$$

$$\Rightarrow c_2 = (w_1 - c_1)(1+r) + w_2$$

$$U\,(c_1, c_2) = (1-s)ln(c_1) + sln[(1+r)(w_1 - c_1) + w_2]$$

$$\frac{\partial U}{\partial c_1} = \frac{(1-s)}{c_1} - \frac{s(1+r)}{w_1(1+r) + w_2 - c_1(1+r)}$$

Extremum : $\frac{\partial U}{\partial c_1} = 0$

$$\Rightarrow \frac{(1-s)}{c_1} = \frac{s(1+r)}{(w_1 - c_1)(1+r) + w_2}$$

$$\Rightarrow \frac{c_1}{(1-s)} = \frac{(w_1 - c_1)(1+r) + w_2}{s(1+r)}$$

$$\Rightarrow \frac{c_1}{1-s} = \frac{w_1}{s} - \frac{c_1}{s} + \frac{w_2}{s(1+r)}$$

$$\Rightarrow \frac{c_1}{s(1-s)} = \frac{1}{s}\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r}\right)$$

$$\Rightarrow c_1 = (1-s)\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r}\right)$$

Que vaut c_2?

On a $c_2 = (1+r)(w_1 - c_1) + w_2$

$$c_2 = (1+r)\left[w_1 - (1-s)\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r}\right)\right] + w_2$$

$$c_2 = (1+r)\left[w_1 - w_1 - \frac{w_2}{1+r} + sw_1 + s\frac{w_2}{1+r}\right] + w_2$$

$$c_2 = -w_2 + s(1+r)w_1 + sw_2 + w_2$$

$$c_2 = s(1+r)\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r}\right)$$

Dans l'équation de consommation de la période 1 ou la 2, on cherche la valeur de *s*.

$$c_1 + s = w_1$$

$$s = w_1 - c_1$$

$$s = w_1 - (1-s)\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r}\right)$$

$$s = w_1 - w_1 - \frac{w_2}{1+r} + sw_1 + \frac{sw_2}{1+r}$$

$$s - sw_1 - \frac{sw_2}{1+r} = \frac{w_2}{1+r}$$

$$s = \frac{w_2/(1+r)}{w_1 + \frac{w_2}{1+r} - 1}$$

$$s = \frac{w_2}{(1+r)(w_1 - 1) + w_2}$$

4. On va vérifier si la propension marginale à consommer est constante.

$$PmC_1 = \frac{\partial c_1}{\partial w_1} = 1 - s = cste$$

$$PmC_2 = \frac{\partial c_2}{\partial w_2} = s = cste$$

La loi psychologique fondamentale de Keynes ($PmC = cste$) est vérifiée pour la consommation.

5. PMC décroissante par rapport au revenu :

$$PMC_1 = \frac{c_1}{w_1} = (1-s)\left(1 + \frac{w_2}{w_1}\frac{1}{1+r}\right)$$

Quand w_1 augmente, PMC_1 diminue

$$PMC_2 = \frac{c_2}{w_2} = s(1+r)\left(\frac{w_1}{w_2} + \frac{1}{1+r}\right)$$

Quand w_2 augmente, PMC_2 diminue

Donc cette version de la loi psychologique fondamentale (PMC décroissante) est vérifiée.

6. Dans les faits la PMC est constante

$$w_1 = (1+g)w_0$$

$$\frac{w_1}{w_0} = 1 + g$$

$$g = \frac{w_1}{w_0} - 1 = \frac{w_1 - w_0}{w_0}$$

g est donc le taux de croissance du revenu de l'agent entre les périodes 1 et 2.

$$c_1 = (1-s)\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r}\right) = (1-s)\left(w_1 + \frac{1+g}{1+r}w_1\right) = (1-s)\left(1 + \frac{1+g}{1+r}\right)w_1$$

$$c_2 = s(1+r)\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r}\right) = s(1+r)\left(\frac{w_2}{1+g} + \frac{w_2}{1+r}\right)$$

$$= s(1+r)\left(\frac{1}{1+g} + \frac{1}{1+r}\right)w_2$$

$$PMC_1 = \frac{c_1}{w_1} = \frac{(1-s)\left(1+\frac{1+g}{1+r}\right)w_1}{w_1} = (1-s)\left(1+\frac{1+g}{1+r}\right) = cste$$

$$PMC_2 = \frac{c_2}{w_2} = \frac{s(1+r)\left(\frac{1}{1+g}+\frac{1}{1+r}\right)w_2}{w_2} = s(1+r)\left(\frac{1}{1+g}+\frac{1}{1+r}\right) = cste$$

7. Si l’agent ne peut pas emprunter, il ne peut pas placer son argent pour consommer plus en 2ème période.
   Donc son épargne sera nulle et les lois psychologiques fondamentales ne sont plus vérifiées.

Exercice 3 :

$U(c_1, c_2, c_3) = lnc_1 + lnc_2 + lnc_3$

A l’optimum les contraintes sont :
$c_1 + s_1 = w_1$ (1)
$c_2 + s_2 = s_1(1+r_1) + w_2$ (2)
$c_3 = s_2(1+r_2)$ (3)

1. CBI de l’agent
   $(1) \Rightarrow s_1 = w_1 - c_1$

   $(3) \Rightarrow s_2 = \frac{c_3}{1+r_2}$

   Dans la (2), insérer les deux précédentes :

   $c_2 + s_2 = s_1(1+r_1) + w_2$

   $c_2 + \frac{c_3}{1+r_2} = (w_1 - c_1)(1+r_1) + w_2$

   $(1+r_1)c_1 + c_2 + \frac{c_3}{1+r_2} = (1+r_1)w_1 + w_2$

   $c_1 + \frac{c_2}{1+r_1} + \frac{c_3}{(1+r_1)(1+r_2)} = w_1 + \frac{w_2}{1+r_1}$

   On note : $W = w_1 + \frac{w_2}{1+r_1}$

   $\Rightarrow c_1 + \frac{c_2}{1+r_1} + \frac{c_3}{(1+r_1)(1+r_2)} = W$

2. Calculer (c_1, c_2, c_3) : question supplémentaire
   $Max\ U(c_1, c_2, c_3)$

   $s.c \quad c_1 + \frac{c_2}{1+r_1} + \frac{c_3}{(1+r_1)(1+r_2)} = W$

$\Rightarrow c_3 = (1+r_1)(1+r_2)\left(W - c_1 - \frac{c_2}{1+r_1}\right)$

$U(c_1, c_2, c_3) = lnc_1 + lnc_2 + lnc_3$

$U(c_1, c_2) = lnc_1 + lnc_2 + ln\left[(1+r_1)(1+r_2)\left(W - c_1 - \frac{c_2}{1+r_1}\right)\right]$

On cherche son maximum :

$Max\ U(c_1, c_2)$

$$\frac{\partial U(c_1,c_2)}{\partial c_1} = \frac{1}{c_1} - \frac{1(1+r_1)(1+r_2)}{(1+r_1)(1+r_2)\left(W - c_1 - \frac{c_2}{1+r_1}\right)} = \frac{1}{c_1} - \frac{1}{W - c_1 - \frac{c_2}{1+r_1}} = 0$$

$$\frac{\partial U(c_1,c_2)}{\partial c_2} = \frac{1}{c_2} - \frac{1(1+r_2)}{(1+r_1)(1+r_2)\left(W - c_1 - \frac{c_2}{1+r_1}\right)}$$

$$= \frac{1}{c_2} - \frac{1}{(1+r_1)\left(W - c_1 - \frac{c_2}{1+r_1}\right)} = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c_1 = W - c_1 - \frac{c_2}{1+r_1} \\ c_2 = (1+r_1)\left(W - c_1 - \frac{c_2}{1+r_1}\right) \end{cases}$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{W}{2} - \frac{c_2}{2(1+r_1)}$$

$$\Rightarrow c_2 = (1+r_1)\left(W - \frac{W}{2} + \frac{c_2}{2(1+r_1)} - \frac{c_2}{1+r_1}\right) = (1+r_1)\left(\frac{W}{2} - \frac{c_2}{2(1+r_1)}\right)$$

$$= (1+r_1)\frac{W}{2} - \frac{c_2}{2} = (1+r_1)\frac{W}{3}$$

$$\Rightarrow c_1 = \frac{W}{2} - \frac{c_2}{2(1+r_1)} = \frac{W}{2} - \frac{(1+r_1)\frac{W}{3}}{2(1+r_1)} = \frac{W}{2} - \frac{W}{6} = \frac{W}{3}$$

$$\Rightarrow c_3 = (1+r_1)(1+r_2)\left(W - c_1 - \frac{c_2}{1+r_1}\right) = (1+r_1)(1+r_2)\left(W - \frac{W}{3} - \frac{W}{3}\right)$$

$$= (1+r_1)(1+r_2)\frac{W}{3}$$

3. $s_1 = w_1 - c_1$

$s_1 = w_1 - \frac{W}{3}$ or $W = w_1 + \frac{w_2}{1+r_1}$

$s_1 = w_1 - \frac{1}{3}\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r_1}\right)$

$s_1 = w_1 - \frac{1}{3}w_1 - \frac{1}{3}\frac{w_2}{1+r_1}$

$$s_1 = \frac{2}{3}w_1 - \frac{1}{3}\frac{w_2}{1+r_1}$$

$$s_2 = s_1(1+r_1) + w_2 - c_2$$

$$s_2 = \left(\frac{2}{3}w_1 - \frac{1}{3}\frac{w_2}{1+r_1}\right)(1+r_1) + w_2 - \frac{1}{3}(1+r_1)\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r_1}\right)$$

$$s_2 = \frac{1}{3}(1+r_1)\left(2w_1 - \frac{w_2}{1+r_1} + \frac{3w_2}{1+r_1} - w_1 - \frac{w_2}{1+r_1}\right)$$

$$s_2 = \frac{1}{3}(1+r_1)\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r_1}\right)$$

ou

$$c_3 = s_2(1+r_1)$$

$$s_2 = \frac{c_3}{1+r_2}$$

$$s_2 = \frac{(1+r_1)(1+r_2)}{1+r_2}\frac{1}{3}\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r_1}\right)$$

$$s_2 = \frac{1}{3}(1+r_1)\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r_1}\right)$$

4. Le consommateur essaie d'avoir une consommation régulière. Il emprunte quand il est inactif et épargne quand il est actif.

$$\begin{cases} s_1 \leq 0 \\ s_2 > 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}w_1 - \frac{1}{3}\frac{w_2}{1+r_1} \leq 0 \\ \frac{1}{3}(1+r_1)\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r_1}\right) > 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{2}{3}w_1 \leq \frac{1}{3}\frac{w_2}{1+r_1} \\ w_1 + \frac{w_2}{1+r_1} > 0 \end{cases}$$

$$\frac{2}{3}w_1 + \frac{1}{3}w_1 \leq \frac{1}{3}\frac{w_2}{1+r_1} + \frac{1}{3}w_1$$

$$\Rightarrow w_1 \leq \frac{1}{3}\left(w_1 + \frac{w_2}{1+r_1}\right)$$

$$\Rightarrow w_1 \leq \frac{1}{3}W$$

Exercice 4 :

Période 1 $\begin{cases} c_0 \\ R_0 \\ s \\ r \end{cases}$

Période 2 $\begin{cases} 1-p : stat\ d'emploi \begin{cases} R_1 \\ c_e^1 \end{cases} \\ p: stat\ de\ chômage \{ c_u^1 \end{cases}$

1. Contraintes budgétaires

   Période 1 : $c_0 + s = R_0$

   Période 2 : $\begin{cases} c_e^1 = R_1 + s(1+r) \\ c_u^1 = s(1+r) \end{cases}$

2. L'épargne de précaution est l'épargne qui va servir en cas de chômage.

   $U(c_0, c_u^1, c_e^1) = c_0 + (1-p)lnc_e^1 + plnc_u^1$

   Il faut exprimer la fonction d'utilité en fonction de s :

   $c_0 + s = R_0$

   $c_e^1 = R_1 + s(1+r)$

   $c_u^1 = s(1+r)$

   $U(s) = (R_0 - s) + (1-p)ln[R_1 + s(1+r)] + pln[s(1+r)]$

   $\underset{s}{\text{Max}}\, U(s) \Rightarrow \frac{\partial U}{\partial s} = 0$

   $\frac{\partial U}{\partial s} = -1 + \left[\frac{(1-p)(1+r)}{R_1 + s(1+r)}\right] + p\frac{1}{s} = 0$

   Condition d'optimalité

3. Valeur de l'épargne optimale

   $-1 + \left[\frac{(1-p)(1+r)}{R_1 + s(1+r)}\right] + \frac{p}{s} = 0$

   $\Rightarrow \frac{s(1-p)(1+r) + p(R_1 + s(1+r))}{s(R_1 + s(1+r))} = 1$

   $\Rightarrow s + rs - ps - prs + pR_1 + ps + psr = sR_1 + s^2 + sr$

   $\Rightarrow s + pR_1 = sR_1 + s^2$

   $\Rightarrow s^2 + s(R_1 - 1) - pR_1 = 0$

$\Delta = (R_1 - 1)^2 + 4pR_1 > 0$

$$\begin{cases} s_1 = \dfrac{1 - R_1 + \sqrt{(R_1 - 1)^2 + 4pR_1}}{2} \\ s_2 = \dfrac{1 - R_1 - \sqrt{(R_1 - 1)^2 + 4pR_1}}{2} < 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow s = \frac{1 - R_1 + \sqrt{(R_1 - 1)^2 + 4pR_1}}{2}$$

L'épargne dépend positivement de p. Relation croissante entre p et s. Plus la probabilité d'être au chômage en période 2 augmente, plus l'épargne de précaution augmente.