

## IUFM de Polynésie Française

# CONCOURS BLANC N° 1 DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES

**Mercredi 13 janvier 2010 - de 13h 00 à 16h 00**

**MATHÉMATIQUES**

**Durée : 3 heures**  
**Coefficient : 3**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 4 pages (dont 1 page de garde et 1 page d'annexes), numérotées de 1/4 à 4/4.

Assurez-vous que cet exemplaire est complet.

S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

*L'usage d'une calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.*

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

### Exercice 1 – 2 points

Observez les résultats ci-dessous :

$$1^2 - 0^2 = 1$$

$$2^2 - 1^2 = 3$$

$$3^2 - 2^2 = 5$$

$$4^2 - 3^2 = 7$$

Les égalités ci-dessus permettent de conjecturer une propriété. Deux sont proposées ci-dessous :

- A. Si  $a$  et  $b$  sont deux nombres entiers consécutifs, alors leur somme est égale à la différence de leurs carrés.**  
**B. Si  $a$  et  $b$  sont deux nombres entiers consécutifs, alors leur somme est égale au carré de leur différence.**

1. Laquelle des deux propriétés A ou B est celle que l'on peut conjecturer ?
2. Démontrer que la propriété conjecturée est exacte. Démontrer pourquoi l'autre propriété est fausse.

### Question complémentaire – 3 points

Un maître propose l'exercice suivant à sa classe de CM2 :

Range les nombres suivants du plus petit au plus grand.

2            2,02            22,2            22,02            20,02            0,22

.....<.....<.....<.....<.....<.....<.....

En annexe 1, vous trouverez les réponses de cinq enfants. Analysez ces réponses, en expliquant d'une phrase précise et simple, pour les enfants ayant commis des erreurs, d'où vous semblent provenir ces erreurs.

### Exercice 2 - 3 points

On considère un triangle équilatéral  $ABC$  de 10 cm de côté.

Par le sommet  $A$ , on mène la parallèle à la droite  $(BC)$ . Sur cette droite, de part et d'autre du point  $A$ , on place les points  $E$  et  $F$ , tels que  $AE = AF = x$  et tels que les droites  $(BF)$  et  $(CE)$  se coupent à l'intérieur du triangle  $ABC$ , en un point que l'on appelle  $I$ . On appelle  $H$  le pied de la hauteur issue de  $A$ .

1. Calculer la longueur  $AH$ .
2. On admet que les points  $A, I, H$  sont alignés : démontrer alors que  $\frac{IA}{IH} = \frac{x}{5}$ .
3. En utilisant l'égalité  $IA = AH - IH$  et les deux questions précédentes, démontrer que  $IA = \frac{5x\sqrt{3}}{5+x}$ .

### Exercice 3 – 3 points

**Définition d'un carré magique :** un carré magique  $3 \times 3$  est rempli avec les nombres de 1 à 9 utilisés une seule fois de telle manière que la somme des trois nombres écrits sur chacune des trois lignes, des trois colonnes et des deux diagonales soit chaque fois la même. Un exemple est donné ci-contre :

8	1	6
3	5	7
4	9	2

1. En observant l'exemple ci-dessus, quel est le résultat de l'addition des nombres dans chaque ligne, colonne ou diagonale ?
  2. Justifiez que, dans tout carré magique  $3 \times 3$ , la somme des nombres de chaque ligne est toujours égale à 15 et que la somme des nombres de chaque colonne est toujours égale à 15.
  3. Trouvez toutes les décompositions possibles de 15 à l'aide de trois entiers naturels différents compris entre 1 et 9. Vérifiez qu'il existe exactement quatre décompositions utilisant l'entier 5.
- Dans la suite, on admet que la somme des nombres de chaque diagonale est aussi égale à 15.

4. On note  $a, b, c, d, e, f, g, h, x$  neuf entiers naturels distincts compris entre 1 et 9, et on les place de la façon suivante dans le carré magique :

$a$	$b$	$c$
$d$	$x$	$e$
$f$	$g$	$h$

- a. En utilisant la question précédente, montrez que tout carré magique  $3 \times 3$  a pour terme central  $x = 5$ .
- b. En déduire quel nombre il faut décomposer pour trouver  $\{a, h\}$  ;  $\{b, g\}$  ;  $\{d, e\}$  et  $\{f, c\}$ . Trouvez toutes les décompositions possibles.
- c. En utilisant ces décompositions, proposez quatre autres carrés magiques  $3 \times 3$ .

### Question complémentaire – 5 points

Il s'agit d'étudier l'utilisation des carrés magiques en classe au cycle 3.

1. Quelle est la notion mathématique travaillée lors de la recherche de carrés magiques ?
2. Citez trois compétences plus particulièrement mises en jeu dans la recherche par des élèves de carrés magiques  $3 \times 3$ . Justifiez vos réponses.
3. Développez un argument qui plaiderait en faveur de l'utilisation de la calculatrice lors de la recherche et un autre qui s'y opposerait.
4. On suppose que le maître indique aux élèves que la somme des nombres écrits sur chacune des trois lignes, des trois colonnes et des deux diagonales doit être la même et égale à 15.
  - a. En quoi la situation de recherche est-elle modifiée si on indique seulement qu'elle est la même, sans faire mention du nombre 15 ?
  - b. Dans ce cas, quel type d'aide(s) le maître peut-il prévoir ?

### Exercice 4 - 4 points

$ABC$  est un triangle tel que  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  et  $\widehat{ABC} = 45^\circ$ .  $H$  est le pied de la hauteur issue de  $C$ . Le cercle de diamètre  $[AB]$ , de centre  $I$ , coupe  $(AC)$  en  $L$  et  $(BC)$  en  $K$  ;  $(AK)$  et  $(BL)$  se coupent en  $O$ .

1. Démontrez que la droite  $(KI)$  est la médiatrice du segment  $[AB]$ .
2. Démontrez que les points  $C, O, H$  sont alignés.
3. Quelle est la nature du quadrilatère  $IKCO$  ? Justifiez votre réponse.
4. On considère les points  $A$  et  $B$  reproduits sur l'annexe 2 : À partir du segment  $[AB]$  et en utilisant la règle et le compas, terminer la construction d'un triangle  $ABC$  tel que  $\widehat{BAC} = 60^\circ$  et  $\widehat{ABC} = 45^\circ$ .  
**On donnera l'annexe 2 avec la copie. On laissera apparents tous les traits de construction.**

### Annexe 1

<i>Arnaud:</i>	22,20	<	22,02	<	20,02	<	2,02	<	2	<	0,22
<i>Karine:</i>	0,22	<	2,02	<	20,02	<	22,02	<	22,2	<	2
<i>Chedlia:</i>	0,22	<	2	<	2,02	<	20,02	<	22,02	<	22,2
<i>Sandrine:</i>	0,22	<	2	<	2,02	<	20,02	<	22,2	<	22,02
<i>Mehdi:</i>	2	<	0,22	<	2,02	<	22,2	<	20,02	<	22,02

---

### Annexe 2

x<sup>A</sup>

x<sup>B</sup>