

SERIE N° 4

Les algorithmes récurrents

Ex1:

Soit la suite récurrente suivante :

$$U_0 = 3$$

$$U_n = 3 * \sum_{k=0}^{n-1} U_{n-1} + 1$$

1. Ecrire un programme qui permet de calculer le N^{ème} terme de cette suite avec N donnée
2. Déterminer le numéro N et la valeur U_n du terme maximal que l'on peut calculer si nous utilisons pour U_n le type entier (Integer) ensuite le type entier long (longint)

Ex2:

Soit la définition suivante de la suite U :

$$U_0 = 1 \quad U_1 = 2$$

• Pour $n \geq 2$; $U_n = 3U_{n-1} - U_{n-2}$

1. Ecrire un module qui permet de calculer le N^{ème} terme de cette suite en donnant une solution itérative et une autre récursive
2. Ecrire un algorithme qui permet de trouver le rang N du terme maximal que l'on peut calculer avec l'utilisation du type entier pour la suite U

Ex3:

La suite de Collatz se définit de la façon suivante :

$$U_n = (U_{n-1})/2 \text{ si } U_{n-1} \text{ est pair}$$

$$U_n = 3U_{n-1} + 1 \text{ si } U_{n-1} \text{ est impair}$$

1. Ecrire un programme qui permet de calculer le N^{ème} terme de cette suite avec N et U₀ données par l'utilisateur
2. Pour une valeur donnée de U₀, déterminer la valeur de N pour la quelle U_n converge pour la 1^{ère} fois vers 1

Ex4:

Conjecture Syracuse

La suite (*un*) est définie par l'entier naturel *u0* et par la relation suivante :

si *Un* est impair : $U_{n+1} = 3U_n + 1$

si *Un* est pair : $U_{n+1} = U_n/2$ *U0* étant saisi au clavier.

Faire afficher tous les termes de la suite jusqu'à ce que l'un d'eux soit égal à 1.

Ex5:

On appelle Nombre De Keith un nombre **K** de **n** chiffres ayant la propriété suivante :

En partant des nombres composés chacun d'un des **n** chiffres de **k**, on compose une sorte de suite de Fibonacci en calculant la somme des n derniers nombres de la suite pour déterminer le suivant. Si cette suite fournit à un moment le nombre **K**, ce nombre est dit nombre de Keith.

Exemple : Pour **K=197** Donc **n= 3** → **U_n=U_{n-1}+U_{n-2}+U_{n-3}**

					3	57	107

le de chiffre	le de Keith
	28, 47, 61, 75
	2
	37, 2208, 2580, 3684, 4788, 7385, 7647, 7909
	4285, 34348, 55604, 62662, 86935, 93993

On veut écrire un programme qui permet d'afficher tous les nombres de Keith qui contient 6 chiffres

- 1) Analyser ce problème en le décomposant en modules.
- 2) Analyser les modules envisagés.
- 3) En déduire l'algorithme du programme principal ainsi que ceux des modules envisagés.

Ex6:

Ecrire une analyse, un algorithme qui permet de calculer un terme d'indice **n (2 ≤ n ≤ 20)** de la suite ROBINSON Définie par:

U_i = a alors **U_{i+1} =** apparition de chaque chiffre qui apparaît dans **U_i**

Chaque terme de la suite se construit ensuite en **comptant le nombre d'apparitions des différents chiffres de 9 à 0** (dans cet ordre) dans le terme précédent. Si un chiffre n'apparaît pas, il n'est pas pris en compte.

Exemple :

Si **U₀=0** alors

U₁ = 10 « 0 se répète 1 fois dans **U₀** »

U₂ = 1110 « 1 se répète 1 fois dans **U₁** , 0 se répète 1 fois dans **U₁**»

U₃ = 3110 « 1 se répète 3 fois et 0 se répète 1 fois dans **U₂** »

U₄ = 132110

U₅ = 13123110

U₆ = 23124110

U₇ = 1413223110

U₈ = 1423224110

U₉ = 2413323110...

Ex7:

u(0)=n/2 ;

u(n+1)=(u(n)+n/u(n))/2;

NB: n un entiere naturel.

On vous demande d'ecrire une fonction qui permet de verifier si sa limite est égale a racine de n ou

Ex8:

Soit un tableau **T** de **N** entiers (on suppose que **N>=20**), on veut déterminer et afficher le **Kième** plus petit élément (**1<= k <= N**) et l'indice de sa première apparition dans le tableau **T**.

- Décomposez ce problème en modules et analysez chacun des modules proposés.

- Traduisez la solution en un programme Pascal

Exemple : Soit le tableau **T** suivant : **T 5 | 2 | 7 | 2 | 1 | 4 | 9 | 1 | 1**

Le 3^{ème} élément minimal est 4 et l'indice de sa première apparition est 6.

non?.

Ex9:

On vous donne une suite de '0' et de '1'. Ecrire un programme qui détermine la position avant laquelle il faut couper cette suite pour que le nombre de '1' à gauche de cette coupure plus le nombre de '0' à droite soit le plus petit possible.

Les positions sont comptées à partir de 0. Pour couper tout à gauche, on coupe donc avant la position 0.

Exemple :

Si la chaîne est: 001101011000010110110011101001101010101010 Alors la position à retourner est: 13

001101011000: nombre de 1 est 5

0101101100111010011010101010: nombre de 0 est 14

14 + 5 = 19 (le minimum)