

**EXERCICE 2 5 points****Réservé aux candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité****Partie A**

On considère l'équation (E) :  $11x - 26y = 1$ , où  $x$  et  $y$  désignent deux nombres entiers relatifs.

1. Vérifier que le couple  $(-7 ; -3)$  est solution de (E).
- 2.
2. Résoudre alors l'équation (E).
3. En déduire le couple d'entiers relatifs  $(u ; v)$  solution de (E) tel que  $0 \leq u \leq 25$

**Partie B**

On assimile chaque lettre de l'alphabet à un nombre entier comme l'indique le tableau ci-dessous :

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V	W	X	Y	Z
0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25

On « code » tout nombre entier  $x$  compris entre 0 et 25 de la façon suivante :

- on calcule  $11x + 8$
  - on calcule le reste de la division euclidienne de  $11x + 8$  par 26, que l'on appelle  $y$ .
- $x$  est alors « codé » par  $y$ .

Ainsi, par exemple, la lettre L est assimilée au nombre 11 ;  $11 \times 11 + 8 = 129$  or  $129 \equiv 25 \pmod{26}$  ;

25 est le reste de la division euclidienne de 129 par 26.

Au nombre 25 correspond la lettre Z.

La lettre L est donc codée par la lettre Z.

1. Coder la lettre W.
  2. Le but de cette question est de déterminer la fonction de décodage.
- a. Montrer que pour tous nombres entiers relatifs  $x$  et  $j$ , on a :
- $$11x \equiv j \pmod{26} \text{ équivaut à } x \equiv 19j \pmod{26}.$$
- b. En déduire un procédé de décodage.
- c. Décoder la lettre W.