

EXERCICE 2 5 points**Réservé aux candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité****Partie A**

On considère l'équation (E) : $11x - 26y = 1$, où x et y désignent deux nombres entiers relatifs.

1. Vérifier que le couple $(-7 ; -3)$ est solution de (E).
- 2.
2. Résoudre alors l'équation (E).
3. En déduire le couple d'entiers relatifs $(u ; v)$ solution de (E) tel que $0 \leq u \leq 25$

Partie B

On assimile chaque lettre de l'alphabet à un nombre entier comme l'indique le tableau ci-dessous :

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| A | B | C | D | E | F | G | H | I | J | K | L | M | N | O | P | Q | R | S | T | U | V | W | X | Y | Z |
| 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |

On « code » tout nombre entier x compris entre 0 et 25 de la façon suivante :

- on calcule $11x + 8$
 - on calcule le reste de la division euclidienne de $11x + 8$ par 26, que l'on appelle y .
- x est alors « codé » par y .

Ainsi, par exemple, la lettre L est assimilée au nombre 11 ; $11 \times 11 + 8 = 129$ or $129 \equiv 25 \pmod{26}$;

25 est le reste de la division euclidienne de 129 par 26.

Au nombre 25 correspond la lettre Z.

La lettre L est donc codée par la lettre Z.

1. Coder la lettre W.
 2. Le but de cette question est de déterminer la fonction de décodage.
- a. Montrer que pour tous nombres entiers relatifs x et j , on a :
- $$11x \equiv j \pmod{26} \text{ équivaut à } x \equiv 19j \pmod{26}.$$
- b. En déduire un procédé de décodage.
- c. Décoder la lettre W.