

## Exercice 2 5 points

## Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le but de cet exercice est d'utiliser les solutions d'une équation à deux inconnues entières pour résoudre un problème dans l'espace.

1. a. Déterminer un couple  $(x_0 ; y_0)$  d'entiers relatifs solutions de l'équation :  
 $48x + 35y = 1$ .

(On pourra utiliser l'algorithme d'Euclide pour la recherche du PGCD de deux nombres).

b. Dédire de a. tous les couples d'entiers relatifs  $(x ; y)$  solutions de cette équation.

2. L'espace étant rapporté à un repère orthonormal, on donne le vecteur  $\vec{u}$  de coordonnées  $(48 ; 35 ; 24)$  et le point A de coordonnées  $(-11 ; 35 ; -13)$ .

a. Préciser la nature et donner une équation cartésienne de l'ensemble  $(\Pi)$  des points  $M$  de l'espace, de coordonnées  $(x ; y ; z)$  tels que

$$\vec{u} \cdot \overrightarrow{AM} = 0$$

b. Soit  $(D)$  la droite d'intersection de  $(\Pi)$  avec le plan d'équation  $z = 16$ . Déterminer tous les points de  $(D)$  dont les coordonnées sont entières et appartiennent à l'intervalle  $[-100 ; 100]$ .

En déduire les coordonnées du point de  $(D)$ , coordonnées entières, situé le plus près de l'origine.