

LES NOMBRES ENTIERS NATURELS, ENTIERS RELATIFS, DECIMAUX, RATIONNELS, REELS

Exercice 1. 2010 et des poussières.

Le prof de math délire un peu aujourd'hui et écrit la date au tableau sous la forme $2010 + 42/365$. Quel jour est-on ?

Et s'il écrit $2010 + 9/73$? $2010 + 1/10$?

Si vous lui demandez quelle heure il est, il répond 2010,117 !

Exercice 2.

Le quotient de deux entiers naturels peut avoir une écriture décimale qui « ne se termine pas ».

Par exemple, $\frac{2}{3} = 0,666\dots$; $\frac{227}{110} = 2,06363\dots$

L'écriture décimale est alors périodique à partir d'un certain rang, c'est-à-dire que la même séquence de chiffres finit par se répéter indéfiniment. On écrit :

$\frac{2}{3} = 0,\overline{6}$ (période « 6 » à un chiffre), et : $\frac{227}{110} = 2,0\overline{63}$ (période « 63 » à deux chiffres).

- Déterminez la période de $\frac{22}{7}$ en faisant un calcul « à la main », puis avec la calculatrice.
- Problème réciproque : on considère le nombre $x = 0,\overline{27}$, ayant donc comme période « 27 » à deux chiffres.
 - Calculez $100x - x$ de deux manières différentes.
 - Déduisez-en l'écriture fractionnaire irréductible de x .
- Déterminez une écriture fractionnaire de 19,78 (on pourra remarquer que $19,78 = 19 + 0,78$).
- Un « paradoxe » apparent : on considère le nombre $y = 0,\overline{9}$, ayant une période « 9 » à un chiffre.
 - Calculez $10y - y$ de deux manières différentes.
 - Démontrez que $y = 1$.
 - Donnez deux écritures décimales périodiques de l'entier 1.

Exercice 3.

Quelle est l'écriture à virgule de $3/13$? et celle de $10/13$? Que remarque-t-on ?

Quelle est la 2008^e décimale de $3/13$?

Si on ajoute les parties décimales de $3/13$ et de $10/13$ que trouve-t-on ?

Et pourtant que vaut $3/13+10/13$?

Exercice 4.

- Citer quatre rationnels entre $3/10$ et $3/11$.
- Intercaler un rationnel entre $17/12$ et $18/13$
- Trouver deux fractions dont le dénominateur est 42 et qui sont comprises entre $15,03$ et $2269/150$.
Combien y en-a-t-il qui peuvent convenir ?

A RETENIR

L'ensemble des nombres **entiers naturels** 0, 1, 2, 3,, 51269,... est noté \mathbb{N} .

L'ensemble des nombres **entiers relatifs** ...-23,, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4,, 712,..... est noté \mathbb{Z} .

L'ensemble des nombres **décimaux** ...-5,627 ; -2 ; 0,4 ; 1,217 895 46 ; 35 ; ...est noté \mathbb{ID} .

L'ensemble des nombres **rationnels**, nombres qui peuvent s'écrire $\frac{a}{b}$, où $a \in \mathbb{Z}$ et $b \in \mathbb{Z} - \{0\}$ est noté \mathbb{Q} .

Il existe des nombres qui n'appartiennent à aucun de ces ensembles, comme π , $\sqrt{2}$ Ils appartiennent, avec tous les nombres précédents, à l'ensemble des nombres **réels**, noté \mathbb{R} .

Les différents ensembles de nombres sont emboîtés : à l'aide du signe \subset , qui signifie **est inclus dans**, on écrit $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{ID} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Exercice 5.

Donner le **plus petit** ensemble, choisi parmi \mathbb{N} , \mathbb{Z} , \mathbb{ID} , \mathbb{Q} , \mathbb{R} auquel appartient le nombre (on justifiera la réponse)

$7,21 \in$	$5 \times 10^{-3} \in$	$\frac{4}{8} \in$	$\frac{5}{3} \in$	$-\frac{15}{5} \in$	$4,5 \times 10^2 \in$	$\frac{450}{40} \in$	$\frac{5}{3}(6-9) \in$
------------	------------------------	-------------------	-------------------	---------------------	-----------------------	----------------------	------------------------

Exercice 6. Français, mathématiques et calculs

On considère les deux nombres rationnels $a = -\frac{1}{5}$ et $b = \frac{2}{3}$. Ecrire sous la forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

- la somme A des inverses de a et b .
- l'inverse B de la somme de a et b .
- la somme C des carrés de a et b .
- le carré D de la somme de a et b .
- le produit E du triple de a par la moitié de b .
- l'opposé F du produit de a par b .
- l'inverse G du produit de a par b .

Exercice 7.

Ecrire sous la forme d'une fraction irréductible

$$A = \frac{3}{4} + \frac{1}{2} - \frac{5}{3}; \quad B = \frac{\frac{3}{5} + 2}{2 - \frac{1}{3}}; \quad C = \frac{(-2)^5 \times (-5)^9 \times 9^3}{12 \times 5^2 \times 30^5}$$

Exercice 8.:

$$\text{Soit } a = 2 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{3}}}$$

Mettre a sous forme de fraction irréductible, puis sous forme décimale périodique

- Sans utiliser la calculatrice pour répondre à la question.
- En utilisant la calculatrice.

Exercice 9.

Ecrire chacune des expressions ci-dessous sous forme entière ou décimale :

$$A = \frac{2,8 \times 10^6}{14 \times 10^{-2}} \quad B = 3,5 \times 10^6 + 3 \times 10^5 + 2,9 \times 10^7 \quad C = 3 \times 10^2 + 21 \times 10^{-1} - 5 \times 10^{-2}$$

Exercice 10.

Avec la calculatrice, **sans utiliser la touche de la virgule ni le 0**, écrire sous forme entière ou décimale :

- $B = 0,003 \times 360$;
- $A = 0,052 \times 26\,957\,800$
- $C = 1\,234\,560\,000 \times 0,000\,71$;
- $D = 7\,156\,000\,000 \times 0,000\,53$

Exercice 11. Bonjour Pythagore !

Dans le triangle rectangle isocèle ci-contre, $AB = AC = 1$.

- Que vaut BC ?
- Construire $\sqrt{3}$ sur la figure ci-contre à l'aide uniquement du compas et d'une équerre.

