Corrigé du concours blanc du 14 janvier 2009.

barème

Exercice 1 — ***4 points***

1- Les points situés à égale distance des points M_1 et M_2 sont ceux qui sont sur la médiatrice de $[M_1M_2]$. Il faut donc la tracer grâce au compas et à la règle et prendre le point de cette médiatrice qui se situe sur la droite (d) matérialisant le bord de mer. — *1*

2- Il faut tracer les deux droites qui sont perpendiculaires à la droite (d) et qui passent l'une par M_1 et l'autre par M_2. Les points d'intersection de ces droites et de (d) donnent les points recherchés H_1 et H_2. — *1*

3-a/ rappel de la procédure pour construire un symétrique au compas : prendre un écartement de compas et placer la pointe sur M_2. Tracer l'arc de cercle qui a pour centre M_2 et qui coupe la droite (d) en deux points distincts. De chacun de ces points, reporter l'écartement choisi et tracer deux arcs de cercle qui vont se croiser en un point M_2', symétrique de M_2. — *0,5*

b/ Par symétrie, il est immédiat que les segments $[PM_2]$ et $[PM_2']$ sont de même longueur, puisque P est sur la droite (d) donc son propre symétrique et que la symétrie conserve les distances. — *0,5*

c/ Par conséquent le chemin qui va de M_1 à M_2 en passant par P est de même longueur que celui qui passe par P et qui va à M_2' — *0,5*

d/ Le plus court chemin entre deux points étant la ligne droite, pour aller de M_1 à M_2' de la manière la plus courte il faut tracer le segment $[M_1M_2']$. Ce segment coupe la droite (d) en I, qui est le point cherché. Le chemin M_1-P-M_2 sera ainsi le plus court possible. — *0,5*

Question complémentaire — ***4 points***

1- La seule procédure correcte est de prendre un compas et de l'écarter de 5cm, puis de mettre la pointe sur A et de tracer l'arc de cercle qui va couper la droite. On obtient ainsi les deux points de (d) situés à 5cm de A. Un élève qui utiliserait la règle et placerait le 0 sur A puis ferait tourner la règle pour avoir les points sur la droite y arriverait, et si ce n'est pas tout à faux, cette procédure n'est pas acceptable. — *1*

2- Pour les élèves de l'école primaire, la procédure est de prendre l'équerre, de poser un des côtés de l'angle droit sur la droite, de la faire glisser jusqu'à ce que l'autre côté de l'angle droit coïncide avec A, et enfin de tracer la droite perpendiculaire à (d) qui passe par A. Un élève qui utiliserait la règle comme expliqué ci-dessus et qui la ferait tourner jusqu'à trouver la distance la plus courte n'aurait pas tort dans le fond mais sa procédure ne serait pas acceptable, car trop imprécise. — *1*

3- La notion sous-jacente est la notion de plus court chemin d'un point à une droite, qu'on pourrait appeler aussi le pied de la hauteur issue de A. — *1*

4- Pour conforter cette notion il est évident que c'est l'exercice 2 qui est le mieux adapté puisque reposant exactement sur la même notion dans un contexte un peu différent. L'exercice 1 n'est pas très éloigné de la notion, mais ne repose que sur la notion de parallèle et de perpendiculaire et pas sur la notion de plus court chemin. L'ex. 3 est très visiblement sur une autre notion… la position relative d'une droite et d'un cercle. — *1*

Exercice 2. ***Partie A.*** — ***5 points***

1- Si un élève a 120 points en 15 jetons, on peut résoudre le problème en utilisant un système d'équations. Il suffit de poser par exemple x : nombre de jetons bleus et y : nombre de jetons rouges. — *1*

On obtient alors : x + y = 15 et 5x + 10y = 120. La résolution amène la solution suivante : x = 6 et y = 9.

Ceci est la manière algébrique. Pour réfléchir de façon arithmétique au problème, il suffit de dire que si tous les jetons étaient rouges on aurait 150 points. Or on en a 120, il en manque 30. Chaque fois qu'on échange un jeton rouge par un bleu, on perd 5 points. Il faut dont faire six échanges. Il y a par conséquent 6 bleus et 9 rouges.

2- 108 est un score impossible car avec des jetons qui ont pour valeur 5 et 10 on ne peut avoir comme total qu'un multiple de 5 (10 étant lui-même un multiple de 5). Or 108 n'est pas un multiple de 5. *0,5*

Partie B. *1*

1- Céline à 53 points mais on ne sait pas combien de jetons.

Une solution assez évidente à trouver est 9 jetons bleus et 1 jaune, ainsi le total est de 45 + 8 = 53.

Pour trouver les autres solutions, il faut enlever des jetons bleus et les remplacer par des jaunes. Pour que l'échange soit équilibré, il faut enlever 8 bleus et ajouter 5 jaunes, ainsi on enlève et ajoute 40 points, ce qui laisse le total à 53.

La seule autre solution possible est donc 1 bleu et 6 jaunes : 5 + 48 = 53.

2- Avec 19 jetons, on ne peut pas faire 100 points. Il suffit d'essayer toutes les configurations possibles : *0,5*

19 jetons bleus cela fait 95 points

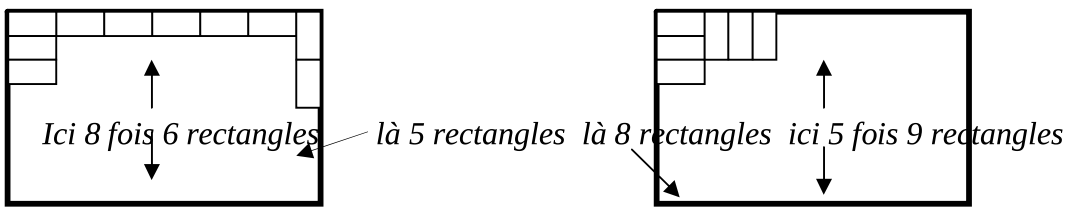
18 bleus et 1 jaune cela fait 98

17 bleus et 2 jaunes cela fait 101… ainsi de suite, si on enlève un bleu pour le remplacer par un jaune on ajoute 3 points. A partir de cette dernière possibilité on aura dépassé 100 et on n'a trouvé aucune solution qui donnait 100.

3- Il suffit que Pierre donne 40 points, soit 8 jetons bleus et que Jean lui rende 16 points soit deux jetons jaunes. Ainsi la différence d'échange de points sera de 24. *1*

Partie C. *1*

Pour caser le maximum de rectangles de 5cm par 8cm dans le rectangle, il faut arriver à ce que ça rentre parfaitement dans la longueur pour ne pas avoir de trous. On a vu au B1 qu'il n'y avait que deux façons de faire 53 avec des 5 et des 8. Il y a donc deux rangements possibles :



Les deux donnent 53 rectangles au total.

Question complémentaire ***4 points***

1- Ce sont des problèmes dans lesquels il y a une certaine recherche qu'il faut organiser, de plus il faut connaître la notion de longueur et de largeur, donc le cycle dans lequel ces exercices peuvent être posés est le cycle 3. *1*

2-première erreur de procédure : mesurer sur le dessin, même s'il est dit que le dessin n'est pas à l'échelle. C'est une procédure *0,75* x *2* spontanée pour donner la valeur d'une mesure

deuxième erreur possible, ne pas voir que les deux côtés du rectangle ne sont pas égaux et diviser longueur et largeur par 2 puisqu'il y a deux rectangles dessinés en horizontal et en vertical.

3- pour résoudre le problème 2, la procédure pourrait être : commencer par diviser 18 par 3 pour trouver la longueur d'une étiquette puisqu'il y en a 3 qui rentrent en 18 cm. La longueur est 6. Puis enlever deux fois cette longueur à 16 puisque dans 16 cm rentrent deux longueurs et deux largeurs. On trouve 4 qu'il faut partager en deux pour trouver la largeur, soit 2 cm. *1*

4- La notion supplémentaire nécessaire est le périmètre du carré. *0,5*

Exercice 3. ***1,5 point***

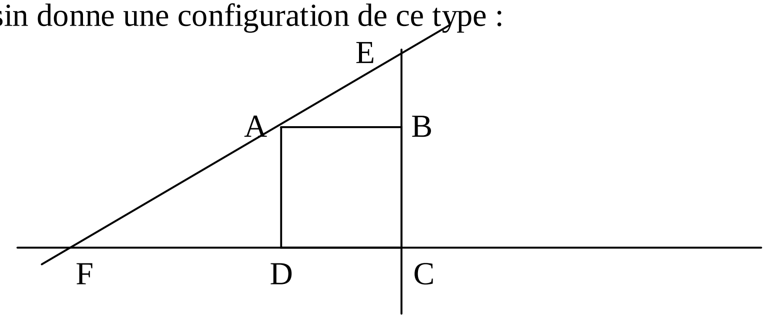
Le nombre N est un multiple de 17 auquel on ajoute 3 et il est compris entre 100 et 150.

Il n'y a que 105 (6x17 + 3), 122 (7x17 + 3) et 139 (8x17 +3).

Parmi ceux-là le seul qui est multiple de 3 est 105, le nombre mystère peut donc être 122 ou 139.

Exercice 4 ***1,5 point***

Le dessin donne une configuration de ce type :



On y reconnaît une configuration de Thalès puisque les droites (AD) et (BC) sont parallèles du fait que ABCD est un carré.

On a donc deux triangles FAD et FEC inclus l'un dans l'autre et tel que (AD)//(EC).

L'application du théorème de Thalès donne en particulier FD/FC = AD/EC.

Or FC = FD + DC = FD + 3 et EC = EB + BC = EB + 3.

Ce qui donne : FD/(FD + 3) = 3/(EB + 3)

Par application d'un produit en croix, on obtient : FD(EB + 3) = 3(FD + 3) soit encore FD.EB + 3FD = 3FD + 9

Par simplification on obtient : FD.EB = 9 .