Session 2009 - Concours de recrutement de professeurs des écoles

Concours blanc n°1 - Mercredi 14 janvier 2009

EPREUVE DE MATHEMATIQUES

Durée : 3h

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 6 pages, numérotées de 1/6 à 6/6 Assurez-vous que cet exemplaire est complet.
S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

L'usage de tout ouvrage de référence, de tout document et de tout matériel électronique est rigoureusement interdit.

L'usage de la calculatrice est autorisé *: Calculatrice électronique de poche y compris calculatrice programmable et alphanumérique ou à écran graphique à fonctionnement autonome non imprimante*
(cf. circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999 publiée au B.O n° 42).
Le candidat n'utilise qu'une seule machine sur la table. Toutefois, si celle-ci vient à connaître une défaillance, il peut la remplacer par une autre.
Afin de prévenir les risques de fraude, sont interdits les échanges de machines entre les candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices.

Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.

Exercice 1 - 4 points

Sur la côte d'une île, il y a deux maisons, disposées comme sur le dessin de l'annexe 1 et désignées par M_1 et M_2.

1- Pour construire un ponton qui doit servir à ces deux maisons, on cherche le meilleur emplacement. Aucun des habitants des deux maisons ne veut être lésé, et il est convenu que le ponton sera situé à égale distance des deux maisons.

Aidez les habitants à trouver l'endroit où construire le ponton. Ce point sera appelé P.

Votre réponse sera dessinée directement sur l'annexe 1, et vous expliciterez votre procédure en justifiant pourquoi elle garantit l'équidistance des deux maisons.

2- En utilisant exclusivement une règle et un compas tracez (sur l'annexe 1 en laissant apparents les traits de construction) pour chaque maison le plus court chemin qui part de la maison et va au bord de la mer. Les deux points seront nommés H_1 pour la maison 1 et H_2 pour la maison 2.

3- Un membre de la maison 1 voudrait aller à la maison 2 en passant par un point I au bord de la mer. Il cherche le plus court chemin possible.

On considère le chemin qui passe par P (constitué des deux segments [M_1P] et [PM_2]).

a/ Tracer à la règle et au compas le point M'_2 symétrique du point M_2 par rapport à la droite (d).

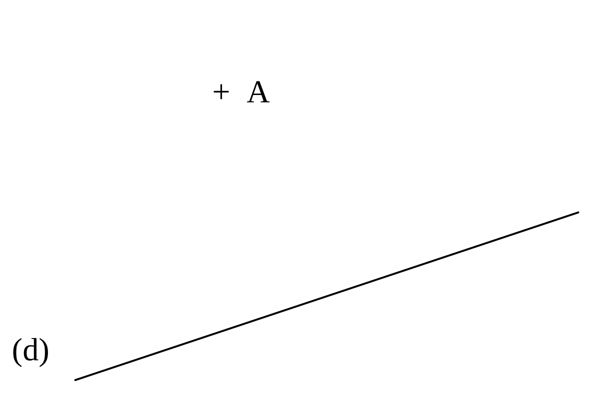
b/ Montrer que le chemin [PM_2] est équidistant au chemin (virtuel) [PM'_2].

c/ En déduire que la longueur totale du chemin M_1 – P – M_2 est égal à la longueur du chemin M_1 – P – M'_2. Le chemin passant par P est-il le plus court ?

d/ Comment construire le point I pour avoir le plus court chemin possible ?

Question complémentaire – 4 points

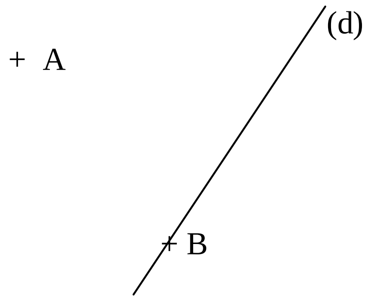
Un maître a donné cet exercice à des élèves de CM2 :



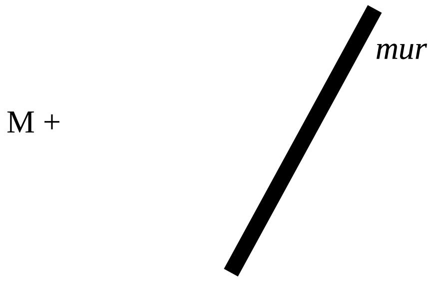
1- *Sur la droite (d) place un point M qui soit à 5 cm de A.*
2- *Existe-t-il un ou plusieurs autres points sur la droite (d) qui soient à 5 cm de A ?*
3- *Quel est le point de la droite qui est le plus près de A ? Place-le et nomme le H.*

1- Quelle procédure les élèves peuvent-ils utiliser pour répondre à la deuxième question ?
2- Décrire une procédure correcte accessible à des élèves de l'école primaire pour trouver le point le plus proche du point A.
3- Quelle notion mathématique est sous-jacente à cet exercice ?
4- Quel exercice complémentaire choisiriez-vous parmi les trois suivants pour renforcer cette notion ?

***Ex 1** – trace une droite parallèle à (d) qui passe par A et une droite perpendiculaire à (d) qui passe par B :*



***Ex 2** – Un élève joue à 1, 2, 3 soleil. Il se situe au point M et doit atteindre le mur, trace le chemin qui sera le plus court.*



***Ex 3** – Combien de points d'intersection un cercle et une droite peuvent avoir ? Trouve tous les cas possibles.*

Exercice 2 - 5 points

Partie A

Un jeu consiste à tirer a tour de rôle des jetons dans un sac. Les jetons rouges valent 10 points et les jetons bleus valent 5 points.

Chaque joueur doit en tirer 15, puis chacun compte son nombre de points

1- Un élève dit qu'il a 120 points. Combien de jetons de chaque sorte a-t-il tiré ?

On répondra à cette question de deux manières, par une méthode algébrique et par une méthode arithmétique.

2- Un autre élève dit qu'il a 108 points. Expliquer pourquoi il a du se tromper.

Partie B

Maintenant on change les jetons rouges et on les remplace par des jaunes qui valent 8 points. Les élèves partent avec un capital de 15 jetons puis au cours du jeu, ils perdent des jetons ou en gagnent.

1- Au cours de la partie, Céline possède 53 points. Combien de jetons de chaque type possède-t-elle ? Donner toutes les solutions.
2- Arthur possède 19 jetons et dit qu'il a 100 points. Est-ce possible ? Expliquer votre réponse.

3- Au cours de la partie, Pierre n'a plus que des jetons bleus et pourtant il doit donner 24 points à Jean qui a des jetons des deux sortes. Pierre pense que ce n'est pas possible. Et vous ?

Partie C

Quel nombre maximum de rectangles de 5cm sur 8cm peut-on obtenir en découpant une plaque de dimension 40 x 53 cm ? (on pourra utiliser les réponses de la question B1).

Question complémentaire – 4 points

Observer les trois problèmes présentés dans l'annexe 2.

1- Dans quel cycle de l'école primaire ces problèmes pourraient-ils être traités ? justifier la réponse.
2- Proposer deux erreurs différentes de procédure que pourraient commettre les élèves dans le problème n°1
3- Indiquer les principales étapes de la procédure que pourrait adopter un élève pour résoudre le problème 2
4- Quelles connaissances supplémentaires par rapport aux deux problèmes précédents la résolution du problème n°3 suppose-t-elle ?

Exercice 3 – 2 points

Le nombre mystère.

Un nombre N vérifie les conditions suivantes :

- dans la division par 17 il reste 3
- il est compris entre 100 et 150
- ce n'est pas un multiple de 3

Pouvez-vous le trouver ?

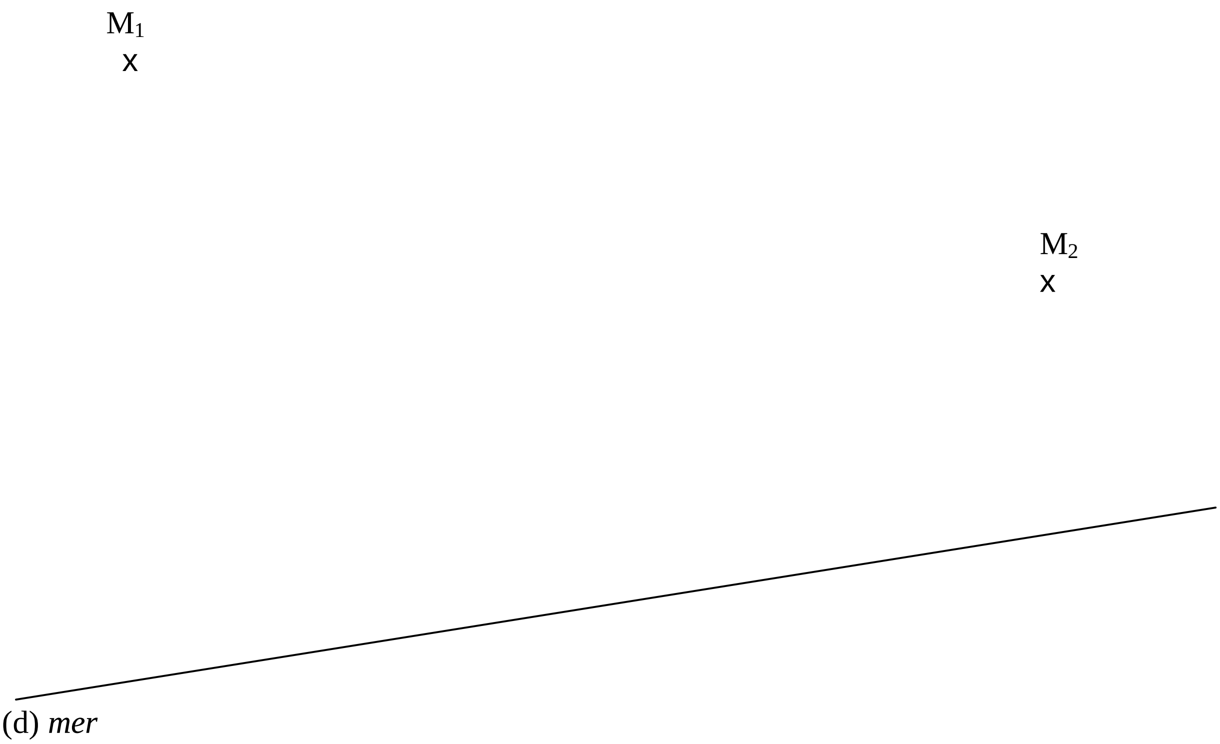
Exercice 4 – 1 point

A partir d'un carré ABCD de côté 3 cm on trace une droite passant par A et qui n'a pas d'autre intersection avec le carré. Elle coupe les droites (BC) en E et (CD) en F.

Montrer que le produit EBxFD est toujours égal à 9 quelle que soit la droite tracée (on pourra utiliser les triangles FDA et FCE).

ANNEXE 1.

NOM :



ANNEXE 2.