

Comment le jeu mathématique opère-t-il sur les apprentissages mathématiques et sur la construction du langage argumentatif ?

Durant nos deux séances, nous avons été amenés à présenter trois jeux mathématiques édités par le CRDP de Franche Comté en partenariat avec la Cité des Sciences et de l'Industrie : le Magix 34, le Décadex et le Multiplay.

Les participants se sont interrogés sur la place que pouvaient occuper ces jeux dans les apprentissages mathématiques. A cette fin, ils ont dégagé quatre grands domaines des mathématiques qu'ils se sont répartis entre eux : les champs numériques, géométriques, la construction du raisonnement logique et celle du langage argumentatif.

Durant nos deux séances, nous avons joué à chacun de ces jeux. Les participants avaient à charge d'identifier les notions rencontrées en jouant et de les relier au champ mathématique duquel elles paraissaient relever. Le débat portait alors sur l'opportunité d'utiliser le jeu pour introduire ou illustrer cette notion et sur la méthodologie à employer pour la rendre pleinement accessible et maîtrisable.

Le Magix 34, le Décadex et le Multiplay :

1. Le champ numérique

Ces trois jeux se caractérisent par leur dimension numérique fortement affirmée. Ce sont d'abord des outils d'entraînement au calcul mental ; ils peuvent être introduits en classe de primaire (cycles 2 pour le Décadex et cycle 3 pour le Magix 34 et le Multiplay) et permettre de faire le lien entre le CM2 et le collège (classes de 6^e et 5^e).

Pour bâtir sa stratégie, le joueur va devoir calculer intensément. Les participants ont considéré qu'il ne fallait pas faire immédiatement entrer les élèves dans la pratique du jeu. Il convenait selon eux les amener à se familiariser préalablement avec la disposition des nombres figurant sur le plateau. Pour ce faire, il est apparu avantageux d'introduire le jeu en classe en faisant précéder la pratique proprement dite d'une phase de découverte durant laquelle on demande à l'élève de décrire le plateau et d'évoquer ce qu'il observe. Durant cette phase d'observation, l'élève s'imprègne des éléments entrant dans la composition du jeu et fait part au groupe du sens qu'il leur accorde. Les points évoqués peuvent être repris et développés par l'enseignant qui fournit à cette occasion des indications sur le but du jeu et sur les éléments constitutifs de la règle. Cette phase descriptive prépare à l'approche des premiers éléments de stratégie.

Une fois cette prise de contact avec le jeu achevée, l'enseignant peut alors distribuer la règle du jeu tout en proposant aux élèves de la lire et de commencer à jouer. Après quoi, il effectue une présentation complète du jeu tout en s'assurant que la règle a bien été comprise de tous. La classe peut enfin jouer.

Les décompositions additives et soustractives

En jouant au Décadex, l'élève (à partir du CE1) doit totaliser 10 avec ses quatre anneaux en respectant des contraintes de couleurs. Il s'initie aux décompositions additives et soustractives des nombres de 1 à 4 et se familiarise avec les compléments à dix. Il construit par lui-même les différentes décompositions de 10 en quatre nombres.

En jouant, au Magix 34, l'élève (à partir de Cycle 3) doit totaliser 34 avec ses quatre anneaux. Il se familiarise avec les décompositions additives de 34 pour ensuite s'ouvrir sur les techniques de la soustraction.

Ne pouvant immédiatement atteindre 34, le joueur obtiendra au départ une somme supérieure ou inférieure à ce nombre. C'est en conjuguant plusieurs déplacements successifs que le joueur parvient à totaliser 34.

Le joueur additionne lorsqu'il fait le compte des valeurs sélectionnées au moyen de ses quatre anneaux au moment de leur pose. Il additionne également lorsqu'il déplace son anneau vers une case d'une valeur plus grande que celle de départ. S'il déplace son anneau du 10 vers le 11 il ajoute 1 à son total. Il soustrait s'il déplace un anneau vers une case d'une valeur plus petite que celle d'origine. Dans le premier cas la somme des anneaux augmente dans le second elle diminue.

Dans le déroulement du jeu, le joueur s'efforce de mémoriser son total pour n'avoir à calculer que les variations enregistrées par chaque déplacement. Ne parvenant pas à totaliser immédiatement 34, il aura systématiquement un total supérieur ou inférieur à cette somme. S'il obtient par exemple 38, le joueur cherchera à perdre 4 points : il devra réaliser « -4 » qu'il mettra en équation. Il construira ce nombre en combinant, par exemple, deux déplacements successifs de « -2 » ou en réalisant par exemple un premier déplacement de « -7 » puis un autre de « +3 » ce qui lui permettra de construire -4.

La multiplication et la division

En jouant au Multiplay, l'élève aborde les tables de multiplication comme un ensemble cohérent et solidaire. Pour bâtir sa stratégie, il doit créer des liens entre les nombres et examiner les relations arithmétiques qu'ils entretiennent les uns avec les autres. Dans le Multiplay, le joueur doit sélectionner deux nombres et leur produit de sorte que les trois termes puissent constituer une multiplication. Lorsqu'il aborde deux nombres, il se demande systématiquement s'ils sont premiers entre eux ou s'ils sont les diviseurs communs d'un même nombre. Ainsi, pour atteindre l'objectif fixé par le jeu, le joueur se mettra toujours en recherche du bon produit, s'il a déjà réuni les deux facteurs ou du facteur manquant s'il détient un produit et un de ses diviseurs. Si j'ai sélectionné le 8, le 24 et le 4 ; trois stratégies s'offrent à moi : soit abandonner le 8 pour rechercher un 6 et réaliser $6 \times 4 = 24$; soit abandonner le 24 pour rechercher le 32 et réaliser $4 \times 8 = 32$; soit enfin abandonner le 4 pour rechercher le 3 et réaliser $3 \times 8 = 24$.

2. Le champ géométrique

Le joueur de Décadex découvre vite les différentes figures géométriques gagnantes sur le plateau. Sur les 86 possibilités différentes de décomposer quatre cases pour totaliser 10 avec quatre couleurs différentes ou deux paires de deux couleurs identiques, 80 configurations débouchent sur un quadrilatère particulier. Le joueur rencontrera les différents parallélogrammes dans les différentes situations de jeu et apprendra ainsi à les identifier. Pour construire un parallélogramme gagnant (carré, losange, rectangle...), il suffit de sélectionner avec ses quatre anneaux deux paires de deux nombres dont la somme est 5 (par exemple 4, 1 et 3, 2 ou 3, 2, et 3, 2 ou 4,1 et 4,1) à condition toutefois d'avoir réuni quatre couleurs différentes ou deux ensemble de deux couleurs identiques. Un excellent travail de recherche peut consister, par exemple, à faire lister par l'enfant les carrés qui font dix avec quatre couleurs différentes (il y en a 10) de quatre format différents. Le plateau de Décadex peut également servir à illustrer certains principes de symétrie axiale. Ainsi, il apparaît que les cases de couleurs sont disposées selon un axe de symétrie verticale et les nombres selon un axe de symétrie horizontale.

Le plateau du Magix 34 est construit à partir d'un carré magique d'ordre 4. Là encore, la très grande majorité des configurations gagnantes (70%) débouchent sur une figure géométrique. Parmi elles, un grand nombre de parallélogrammes offrent un centre de symétrie qui coïncide avec le centre du plateau. Pour les repérer, il convient de sélectionner deux couples de deux nombres complémentaires à 17 au moyen de quatre anneaux. Par exemple : 1 et 16 puis 9 et 8. Ce procédé permettra de mettre en évidence un grand nombre de parallélogrammes.

Le plateau du Multiplay crée peu de liens pertinents avec la géométrie. Toutefois, il offre une présentation spatiale des produits et de leurs facteurs qui facilite leur mémorisation.

3. La construction du raisonnement : la résolution de problèmes

La pratique de chacun de ces trois jeux, va placer l'élève au devant de situations problèmes pour la résolution desquelles il va devoir s'appuyer sur des notions relevant des domaines numériques et géométriques. Devant l'infini variété et la difficulté croissante des situations auxquelles il est confronté, le joueur élabore peu à peu son approche et progresse dans sa maîtrise du jeu. Ne pouvant se satisfaire d'une stratégie limitée à un pas de raisonnement, il structure sa pensée pour construire un raisonnement qui puisse en comporter deux puis trois. Le jeune joueur apprend ainsi à contrôler les conséquences de ses décisions et fait progressivement la preuve de sa capacité à abstraire pour parvenir à l'objectif fixé par le jeu par exemple).

Le Décadex est un jeu qui permet de bien mettre en évidence l'approfondissement du raisonnement chez le joueur.

L'élève de cycle 2, s'attache à bien exécuter la double contrainte. Il se limite dans un premier temps à un examen superficiel de la situation du joueur adverse. Il est davantage préoccupé par la recherche des possibilités qui lui permettent de faire 10 au prochain coup avec quatre couleurs différentes ou deux groupes de deux couleurs.

Le Décadex est un outil qui est de nature à aider le jeune joueur à conquérir son autonomie et sa propre rationalité. La compréhension de la règle du jeu est un apprentissage en soi. En jouant, l'élève prend d'abord plaisir à rechercher les différentes façons possibles de configurer correctement une solution. Il s'applique à reproduire des schémas déjà rencontrés et à mener à bien un raisonnement qu'il prendra plaisir à justifier à chaque fois et à réemployer.

Le Décadex n'appelle pas de stratégie à très long terme. Toutefois, le joueur confirmé va rapidement se mettre en recherche de nouveaux systèmes de résolution. Tout en mettant en place un raisonnement par étape il s'attache à effectuer mentalement un grand nombre de calculs qui vont l'aider à dégager plusieurs options dont il dégagera celle qui lui paraît la plus pertinente.

Peu à peu, il apprendra à évaluer le jeu de l'adversaire avant de délivrer son coup et à parer à toute menace éventuelle. Il se laissera moins surprendre et fera ainsi mieux l'apprentissage de l'anticipation.

Enfin, dans une démarche plus experte, l'élève fera intervenir dans son raisonnement des éléments de géométrie qui l'aideront à pousser plus en avant ses raisonnements. Sachant par exemple que tous les quadrilatères particuliers ayant un centre de symétrie coïncidant avec le centre du plateau sont gagnants, il devient aisé de bâtir une stratégie qui aboutirait à construire une figure possédant ce type de propriété.

Cette richesse dans le jeu est rendue possible par le fait que chaque joueur peut connaître ses possibilités d'action et prévoir l'ensemble des choix des autres joueurs ce qui lui permet de

disposer de toutes les informations nécessaires à la résolution de la situation à dénouer. En jouant au Décadex, l'élève, du primaire au collège, apprend à construire un problème, à organiser une démarche raisonnée, à bâtir une argumentation et à contrôler ses résultats.

La stratégie employée dans le Magix 34 s'appuie encore plus clairement sur le calcul mental. Le joueur doit calculer pour décrypter une situation et pour recueillir les informations à partir desquelles il bâtira sa stratégie. C'est de son aptitude à calculer juste et à mémoriser les résultats de ses opérations qu'il parvient à s'assurer de la prédictibilité de ses analyses. Dans le Magix 34, l'objectif est purement arithmétique. Il demeure un support privilégié pour l'argumentation mathématique tant le raisonnement déductif qu'il appelle s'appuie sur une programmation de calculs aux conséquences aisément démontrables.

Le raisonnement utilisé dans le Multiplay s'appuie, comme nous l'avons vu, sur le mécanisme de la multiplication et le recours à la notion de diviseurs et de multiples communs. Il faut sélectionner trois nombres de sorte que le plus fort corresponde au produit des deux autres. Ce jeu s'appuie sur la relation existant entre le produit de deux nombres inférieurs à dix et leur produit. C'est en recourant à un raisonnement déductif simple que le joueur parviendra à mettre en adéquation ces trois nombres.

4. la construction du langage argumentatif.

Dans le cadre de la pratique d'un jeu à deux, les élèves recourent souvent à un mode d'expression peu propice, en principe, à la bonne mise en place des éléments du langage mathématique. Afin d'inciter les joueurs à dialoguer entre eux et de les amener à s'interroger sur la démarche à mettre en œuvre, l'enseignant peut initier des pratiques du jeu en situation collaborative. Ce type de pratiques débouche sur la construction du raisonnement, sur sa verbalisation et sur la mise en commun des démarches menées par chacun des joueurs.

L'intérêt des pratiques dites collaboratives

Elles s'effectuent sous la forme d'un jeu à quatre en deux équipes de deux. Les co-équipiers sont disposés en diagonale l'un par rapport à l'autre et collaborent entre eux à voix haute. Les membres d'une même équipe ne sont pas placés l'un à côté de l'autre afin d'éviter toute communication chuchotée. Les stratégies sont donc entendues de tous les joueurs.

Pourquoi inciter l'élève à dévoiler à voix haute son plan à l'adversaire ?

Cette pratique élimine toute stratégie fondée sur l'effet de surprise ou toute victoire due à la faute d'inattention de l'adversaire. Le joueur agit en toute connaissance de cause. Il a vu le coup se préparer et il étudie donc une situation qu'il a lui-même vu se construire au coup précédent. A son tour, soit il agit conformément au plan de l'adversaire et il perd la partie, soit il trouve une faille dans le jeu adverse et il lui propose un coup auquel il n'était pas préparé. Cette pratique offre l'avantage de faire évaluer à voix haute chaque coup par l'adversaire. Le joueur ne peut pas dissimuler ses intentions à son partenaire et donc à ses adversaires. Cela permet de créer des pratiques sereines au cours desquelles chacun s'enrichit des commentaires adverses sans chercher à lui tendre des pièges. Celui qui perd s'en prend généralement à lui-même ou à son manque de concertation avec son partenaire et non pas à la malice présumée de ses adversaires.

Pourquoi inciter l'élève à soumettre sa stratégie à son partenaire ?

En fait, lorsque l'élève joue dans une pratique à deux, il est faiblement incité à analyser sa stratégie. A chaque situation de jeu se présentent en principe plusieurs solutions. Il est souvent tenté de s'emparer de la première stratégie venue et de l'appliquer sans l'avoir véritablement éprouvée au préalable. Il gagnera ou il perdra la partie sans trop savoir pourquoi. Cela aura en définitive peu d'importance pour lui puisqu'il aura toujours la possibilité de refaire une nouvelle partie qui effacera le souvenir de la précédente. En demandant au joueur de communiquer son plan à son partenaire, on l'amène à conceptualiser sa stratégie et à faire l'apprentissage de l'abstraction. Il va devoir ainsi organiser sa pensée pour rendre son plan transférable à son partenaire. La nécessité de verbaliser sa pensée va inmanquablement le conduire à approfondir son raisonnement et à construire son argumentation.

Pourquoi inciter l'élève à recueillir l'adhésion de son partenaire ?

Dans le Magix 34, le Décadex et le Multiplay, à chaque situation de jeu se présentent un grand nombre de stratégies possibles. Lorsque le joueur communique sa solution à son partenaire, inmanquablement ce dernier lui fait part du plan qu'il souhaiterait également voir mettre en place. Cette situation va conduire les joueurs à défendre chacun leurs positions et à mettre en avant les avantages et les inconvénients relatifs à chaque proposition. Cette mise en débat des solutions va les amener à approfondir leurs analyses, à tester leurs stratégies, à vérifier les résultats jusqu'à ce qu'une décision soit prise d'un commun accord.

Oui mais, n'y a-t-il pas un risque de voir toujours le même joueur décider à la place de l'autre ?

Cela peut être le cas, si les membres d'une même équipe jouent l'un à côté de l'autre. Le joueur le plus confiant peut alors décider de prendre en main la direction des opérations. Son partenaire risque alors de s'installer dans une forme de passivité. En intercalant les joueurs d'une même équipe avec ceux de l'équipe adverse, on réintroduit le dialogue dans le binôme en demandant au joueur dont c'est le tour de jouer, de décider du coup qu'il va choisir. Son partenaire ne doit alors ni jouer à sa place ni lui dicter son coup. Tout au plus il peut le conseiller. C'est donc en passant par le verbe que le joueur va devoir convaincre son partenaire du bien-fondé de sa stratégie et le cas échéant réfuter son argumentation. En jouant par équipe, l'élève apprend à communiquer et à régler paisiblement les différents points de désaccord qui peuvent surgir dans le binôme. La collaboration dans le jeu commence alors par un exposé du problème posé et par l'évocation des solutions possibles que les partenaires détaillent les uns après les autres. Dans le jeu à quatre, la distribution des rôles change à chaque tour et on devient alternativement acteur et conseiller. Celui qui remplit une mission de conseil pointe les faiblesses du coup proposé et propose une alternative en l'argumentant.

Les pratiques de jeu en situation collaborative font ainsi une place essentielle aux échanges verbaux et favorisent l'implication de tous les élèves dans la phase de recherche de solutions. L'enfant qui a appris à collaborer dans le cadre d'un jeu parviendra plus facilement à s'impliquer ensuite dans un travail en groupe.

Le rôle de l'enseignant

L'enseignant a sa part dans le succès d'un apprentissage collaboratif. Il aide les enfants à verbaliser en les interrogeant sur les objectifs à atteindre et sur les contraintes à respecter. Il

intervient dans le fonctionnement d'une paire lorsqu'elle laisse un de ses membres en dehors de l'interaction ou pour tempérer les ardeurs d'un joueur trop impulsif. Dans ce cas, il va exercer son rôle de médiateur en reprenant les propos de l'enfant pour les lui faire clarifier ou expliciter. C'est à force de sollicitations de la part de son enseignant que l'enfant parvient peu à peu à entrer dans le discours et à exprimer les éléments de stratégie qu'il aurait très légitimement préféré garder pour lui.

Le Magix 34, le Décadex et le Multiplay :

Présentation simplifiée des règles (annexes) à compléter

Le Magix 34 : à tour de rôle les joueurs posent puis déplacent leurs quatre anneaux sur les cases numérotées de 1 à 16 du plateau de jeu. Le vainqueur est celui qui totalise en premier 34 en sélectionnant sur le plateau quatre nombres au moyen de ses quatre anneaux.

Le Décadex : à tour de rôle les joueurs posent puis déplacent leurs quatre anneaux sur les cases numérotées du plateau de jeu. Le vainqueur est celui qui totalise en premier 10 en sélectionnant sur le plateau quatre cases de quatre couleurs différentes ou de deux jeux de deux couleurs identiques (deux rouges et deux bleues).

Le Multiplay : à tour de rôle les joueurs posent puis déplacent leurs trois anneaux sur les cases numérotées du plateau de jeu. Le vainqueur est celui qui réunit en premier les trois termes d'une multiplication (3, 8 et 24).