TS LOGARITHMES *feuille 3*

Problème

la fonction numérique *f* définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = ln(x^2 - 2x + 2)

.

On désigne par (C) sa courbe dans un repère orthonormé (O , $\vec{i}$, $\vec{j}$) (unité : 3cm).

.

Partie A

1) Justifier que, pour tout *x* réel, $x^2 -2x + 2 > 0$,

.

2. Déterminer la fonction dérivée *f* de *f* et étudier le sens de variations de *f* sur $\mathbb{R}$.

3) Déterminer les limites de *f* en $+\infty$, et en $-\infty$.

4. Représenter (C) et la droite (Δ) d'équation $y = x$; on montrera que la droite d'équation $x = 1$ est un axe de symétrie de (C) et on placera les points d'abscisses 0 et 2 ainsi que les tangentes à la courbe en ces points.

Partie B

On s'intéresse à l'intersection de (C) et de (Δ).

On pose, pour tout réel x ,$\phi(x) = f(x) - x$.

1. Déterminer la fonction dérivée ϕ de ϕ. En déduire que ϕ est strictement décroissante sur $\mathbb{R}$

2. a. Determiner la limite de ϕ en $-\infty$.

b. Montrer que, pour tout réel *x* strictement positif,

$$\phi(x) = x \left[\frac{lnx}{x} + \frac{\ln\left(1-\frac{2}{x}+\frac{2}{x^2}\right)}{x} \right]$$

.

En déduire la limite de ϕ en $+\infty$.

3. Montrer que la droite (Δ) coupe la courbe (C) en un point et un seul.

On désigne par α l'abscisse de ce point.

Montrer que $0{,}3 < \alpha < 0{,}4$.