

EXERCICE 1

on considère la suite (u_n) définie par $u_0 = 1$ et $u_{n+1} = \frac{1}{2} u_n - \frac{1}{2}$ pour tout entier naturel n

- 1) calculer les 5 premiers termes de la suite (u_n)
- 2) soit la suite (v_n) définie par : pour tout entier naturel n ,

$$v_n = u_n + a \text{ où } a \text{ est un nombre réel}$$

- a) déterminer le réel a tel que la suite (v_n) soit géométrique
- b) en déduire l'expression de v_n et u_n en fonction de n
- c) étudier le sens de variation de la suite (u_n) et sa convergence
- d) trouver le plus petit entier n tel que $u_n + 1 \leq 10^{-4}$

- e) calculer $S_n = \sum_{k=0}^n u_k$, en déduire la limite quand $n \rightarrow +\infty$ de $\frac{S_n}{n}$