

EXERCICE1

on considère la suite  $(u_n)$  définie par  $u_0 = 2$  et  $u_{n+1} = \frac{u_n}{2u_n + 2}$

1) a)  $f$  est la fonction définie sur l'intervalle  $] -1; +\infty[$  par  $f(x) = \frac{x}{2x+2}$ .  
montrer que  $\forall x > 0$ , on a  $f(x) > 0$

b) montrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}$  on a  $u_n > 0$

2) a) montrer que  $\forall x > 0$  on a  $f(x) < \frac{x}{2}$

b) en déduire que  $\forall n \geq 1$   $u_n < \frac{1}{2} u_{n-1}$

3) montrer par récurrence que  $\forall n \in \mathbb{N}$   $u_n \leq \frac{1}{2^{n-1}}$

4) déduire des questions précédentes la limite de la suite  $(u_n)$