

f est la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = \frac{-x^3 + 5x}{x^2 + 3}$

soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j}) (unité 1 cm)

1) a) déterminer les réels a, b, c tels que $f(x) = ax + \frac{bx}{x^2 + 3}$

b) montrer que f est impaire, que peut-on en déduire pour C ?

2) a) calculer la dérivée de f, montrer que $f'(x) = \frac{(x^2 + 15)(1 - x^2)}{(x^2 + 3)^2}$

b) étudier les variations de f

c) calculer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$

d) dresser le tableau de variations de f

3) démontrer que la droite Δ d'équation $y = -x$ est asymptote oblique à C en $+\infty$ et en $-\infty$
étudier la position relative de C et Δ

4) déterminer l'équation de la tangente T à C au point d'abscisse 0
et étudier la position relative de C et T

5) tracer C, Δ et T