

soit la suite (u_n) définie par : $u_0 = 1$ et

$$u_{n+1} = \frac{7u_n + 6}{u_n + 2}$$

1) f est la fonction définie par $f(x) = \frac{7x + 6}{x + 2}$

soit C sa courbe représentative dans un repère orthonormé (O, \vec{i}, \vec{j})

tracer C et la droite d'équation $y = x$

construire les premiers termes de la suite (u_n)

conjecturer le sens de variation de la suite (u_n) et sa convergence

2) montrer par un raisonnement par récurrence que $u_n > 0$

montrer que $\forall n \in \mathbb{N}, |u_{n+1} - 6| \leq \frac{1}{2} |u_n - 6|$

3) montrer par un raisonnement par récurrence que $\forall n \in \mathbb{N}$

$$|u_{n+1} - 6| \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n |u_0 - 6|$$

4) montrer que la suite (u_n) converge vers 6