

**Session 2009**

**MAT-09-PG6**

*Repère à reporter sur la copie*

**CONCOURS DE RECRUTEMENT DE PROFESSEURS DES ECOLES**

**Mardi 28 avril 2009 - de 7h 00 à 10h 00**  
**Deuxième épreuve d'admissibilité**

**MATHÉMATIQUES**

**Durée : 3 heures**  
**Coefficient : 3**  
**Note éliminatoire 5/20**

Rappel de la notation :

Il est tenu compte, à hauteur de **trois points** maximum, de la qualité orthographique de la production des candidats.

Ce sujet contient 6 pages (dont 1 page de garde et 3 pages d'annexes), numérotées de 1/6 à 6/6. Assurez-vous que cet exemplaire est complet.

S'il est incomplet, demandez un autre exemplaire au chef de salle.

***L'usage d'une calculatrice électronique de poche à fonctionnement autonome, sans imprimante est autorisé.***

***L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.***

***N.B : Hormis l'en-tête détachable, la copie que vous rendrez devra, conformément au principe d'anonymat, ne comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine etc.***

***Tout manquement à cette règle entraîne l'élimination du candidat.***

***Si vous estimez que le texte du sujet, de ses questions ou de ses annexes comporte une erreur, signalez lisiblement votre remarque dans votre copie et poursuivez l'épreuve en conséquence. De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.***

### EXERCICE 1 (4 points)

- 1) a) Déterminer les restes des divisions euclidiennes par 7 de 1, de 10 puis de 100.  
Ecrire les trois égalités caractéristiques correspondantes.
- b) En utilisant l'égalité  $10^3 = 10 \times 10^2$ , montrer que le reste de la division euclidienne de  $10^3$  par 7 se déduit, sans poser de divisions, des résultats précédents.
- c) Soit  $r_n$  le reste de la division euclidienne de  $10^n$  par 7 et  $r_{n+1}$  le reste de la division euclidienne de  $10^{n+1}$  par 7. Donner une méthode permettant d'obtenir  $r_{n+1}$  à partir de  $r_n$ .
- d) Reproduire et compléter alors le tableau ci-dessous.

$10^n$	1	10	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$	$10^6$	$10^7$	$10^8$	$10^9$
Reste de la division euclidienne de $10^n$ par 7										

- 2) Déterminer à l'aide du tableau de la question 1)d) si le nombre 6 000 000 006 est divisible par 7. Indiquer les étapes de votre raisonnement.

### Question complémentaire (4 points)

Un maître souhaite donner à ses élèves le problème suivant :

*Ecris tous les nombres entiers ligne par ligne, comme ci-dessous jusqu'à 50.*

0	1	2	3	4	5	6
7	8	9	...			

- 1) *Dans quelle colonne se trouve le nombre 50 ?*
- 2) *Peux-tu dire, sans écrire tous les nombres, dans quelle colonne se trouvera le nombre 163 ? Justifie ta réponse.*
- 3) *Dans quelle colonne se trouvera le nombre 1 000 ? Ecris les calculs que tu fais.*

Les questions qui suivent se rapportent à ce problème.

- 1) Quelle est la notion mathématique sous-jacente ?
- 2) a) Indiquer deux procédures qui pourraient être trouvées par les élèves pour répondre à la question 2) du problème que le maître souhaite donner aux élèves.  
b) Quelle synthèse peut-on proposer à la suite de la résolution de la question 3) du problème que le maître souhaite donner aux élèves ?
- 3) a) Citer un objectif que peut viser l'enseignant en proposant ce problème à ses élèves ?  
b) Est-il pertinent d'autoriser l'usage de la calculatrice ? Justifier la réponse.

## **EXERCICE 2** (4 points)

Toutes les réponses devront être justifiées.

Soit le problème suivant :

*Quel(s) nombre(s) se cache(nt) derrière ces informations ?*

Un entier naturel  $N$  est composé de trois chiffres dont le produit est 120 et la somme 16.

- 1) Montrer que  $N$  ne contient ni 0, ni 1, ni 2.
- 2)  $N$  peut-il contenir le chiffre 7 ? le chiffre 9 ?
- 3) Déterminer un nombre  $N$  solution du problème ci-dessus en explicitant votre procédure.  
Peut-on en déduire d'autres solutions ? Si oui, lesquelles ?
- 4) Déterminer tous les nombres  $N$  solutions de ce problème.

## **EXERCICE 3** (4 points)

On considère le trapèze rectangle  $ABCD$ , de hauteur  $[AD]$  tel que  $AD = 8$  cm et de bases  $[AB]$  et  $[CD]$  de longueurs respectives 4 cm et 10 cm.

- 1) Calculer l'aire du trapèze  $ABCD$ .
- 2) Donner, en justifiant, la nature du triangle  $BCD$ .
- 3) La hauteur issue de  $C$  dans le triangle  $BCD$  coupe la droite  $(AD)$  en  $K$ .  
Montrer que les triangles  $KBC$  et  $KDC$  ont la même aire.
- 4) Soit  $M$  un point mobile sur le segment  $[AD]$ .

On note  $x$  la mesure de la longueur  $AM$ , l'unité choisie étant le cm.

- a) Donner, en fonction de  $x$ , l'aire du triangle  $BCM$ .
- b) Pour quelle position de  $M$ , l'aire du triangle  $BCM$  est-elle la moitié de celle du trapèze  $ABCD$  ?

## **Question complémentaire** (4 points)

Vous trouverez dans l'**annexe 1**, le plan d'une séquence d'enseignement prévue pour une classe de cycle 3. Seules les différentes étapes et les consignes ont été données.

- 1) A propos de la séance 1

*Étape 1* a) Quelle est la fonction de cette étape ?

*Étape 2* b) Que veut faire émerger le maître en posant les questions de cette étape ?

*Étape 3* c) Décrire une procédure permettant aux élèves d'effectuer correctement la tâche demandée. (On suppose que du matériel est disponible)

- 2) A propos de la séance 2

*Étape 1 :* a) Quelle connaissance ou compétence du programme 2008 parmi celles rappelées dans l'**annexe 2**, l'enseignant vise-t-il principalement au cours de cette étape ?

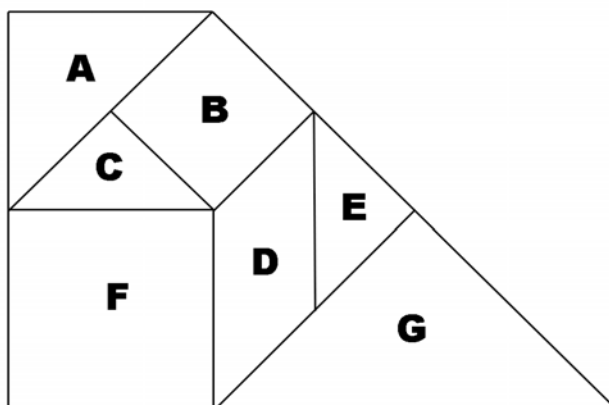
b) Quelle procédure le maître semble-t-il attendre des élèves ?

*Étape 2 :* c) Décrire une procédure, permettant de comparer les périmètres et ne reposant ni sur le tâtonnement ni sur l'utilisation des graduations de la règle.

Le choix des pièces A, B, D vous paraît-il judicieux ? Argumenter.

## Annexe 1

Les enfants travaillent par groupes de 2 ou 3 élèves lors des deux séances.



**Puzzle I**

### Séance 1

#### Etape 1 :

On donne à chaque groupe un puzzle témoin reconstitué (puzzle I) et chaque enfant reçoit les pièces nécessaires pour construire le sien.

Le puzzle et les pièces sont sur papier uni.

« Chacun doit vérifier qu'il a reçu toutes les pièces pour reconstruire le modèle, même nombre, même taille et même forme ».

#### Etape 2 :

« Chacun va fabriquer un nouveau modèle avec les pièces qu'il a reçues.

- Les pièces ne doivent pas se chevaucher et vous devez les utiliser toutes.

- Dans votre équipe, toutes les formes trouvées doivent être différentes et en un seul morceau.

- Chaque forme trouvée sera collée sur une feuille puis le contour sera décalqué sur une feuille blanche. Vous obtenez ainsi une nouvelle figure.»

Chaque équipe dispose alors d'un lot de figures différentes (puzzle témoin compris) dessinées sur papier uni.

« Selon vous, les figures que vous avez occupent-elles autant de place ? Plus de place ? Moins de place ? Qu'est-ce qui change d'une figure à l'autre ? Qu'est-ce qui ne change pas ? »

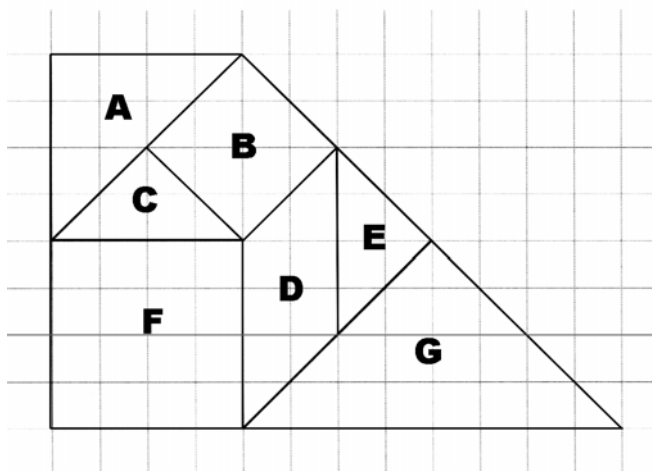
#### Etape 3 :

« Rangez les pièces du puzzle, de celle qui occupe le plus de place à celle qui en occupe le moins ».

## Annexe 1 (suite)

### Séance 2

*NB : Pour la suite de la séquence, un puzzle dessiné sur papier quadrillé (puzzle II) est donné aux élèves. Ils vérifient que ce puzzle est superposable, pièce par pièce, à celui déjà utilisé.*



*Puzzle II*

#### Etape 1 :

« Le puzzle a été reproduit sur papier quadrillé. Utilisez le quadrillage pour vérifier le rangement des pièces que nous avons obtenu à la fin de la séance précédente. »

#### Etape 2 :

« Intéressons-nous aux pièces A, B, D. Que savez-vous de leur aire ? Que pensez-vous de leur périmètre ?

- Comparez d'abord les périmètres des pièces A et D. Que constatez-vous ?
- Comparez maintenant les périmètres des pièces A et D avec celui de la pièce B. Que constatez-vous ? »

## Annexe 2

Programmes de l'école 2008 : BOEN Hors série n°3 du 19 juin 2008 (extraits)

	Cours élémentaire deuxième année	Cours moyen première année	Cours moyen deuxième année
Grandeurs et mesure	<p>- Connaître les unités de mesure suivantes et les relations qui les lient :</p> <p>Longueur : le mètre, le kilomètre, le centimètre, le millimètre ;</p> <p>Masse : le kilogramme, le gramme ;</p> <p>Capacité : le litre, le centilitre ;</p> <p>Monnaie : l'euro et le centime ;</p> <p>Temps : l'heure, la minute, la seconde, le mois, l'année.</p> <p>- Utiliser des instruments pour mesurer des longueurs, des masses, des capacités, puis exprimer cette mesure par un nombre entier ou un encadrement par deux nombres entiers.</p> <p>- Vérifier qu'un angle est droit en utilisant l'équerre ou un gabarit.</p> <p>- Calculer le périmètre d'un polygone.</p> <p>- Lire l'heure sur une montre à aiguilles ou une horloge.</p> <p>Problèmes</p> <p>- Résoudre des problèmes dont la résolution implique les grandeurs ci-dessus.</p>	<p>- Connaître et utiliser les unités usuelles de mesure des durées, ainsi que les unités du système métrique pour les longueurs, les masses et les contenances, et leurs relations.</p> <p>- Reporter des longueurs à l'aide du compas.</p> <p>- Formules du périmètre du carré et du rectangle.</p> <p>Aires</p> <p>- Mesurer ou estimer l'aire d'une surface grâce à un pavage effectif à l'aide d'une surface de référence ou grâce à l'utilisation d'un réseau quadrillé.</p> <p>- Classer et ranger des surfaces selon leur aire.</p> <p>Angles</p> <p>- Comparer les angles d'une figure en utilisant un gabarit.</p> <p>- Estimer et vérifier en utilisant l'équerre, qu'un angle est droit, aigu ou obtus.</p> <p>Problèmes</p> <p>- Résoudre des problèmes dont la résolution implique éventuellement des conversions.</p>	<p>- Calculer une durée à partir de la donnée de l'instant initial et de l'instant final.</p> <p>- Formule de la longueur d'un cercle.</p> <p>- Formule du volume du pavé droit (initiation à l'utilisation d'unités métriques de volume).</p> <p>Aires</p> <p>- Calculer l'aire d'un carré, d'un rectangle, d'un triangle en utilisant la formule appropriée.</p> <p>- Connaître et utiliser les unités d'aire usuelles (<math>\text{cm}^2</math>, <math>\text{m}^2</math> et <math>\text{km}^2</math>).</p> <p>Angles</p> <p>- Reproduire un angle donné en utilisant un gabarit.</p> <p>Problèmes</p> <p>- Résoudre des problèmes dont la résolution implique des conversions.</p> <p>- Résoudre des problèmes dont la résolution implique simultanément des unités différentes de mesure.</p>