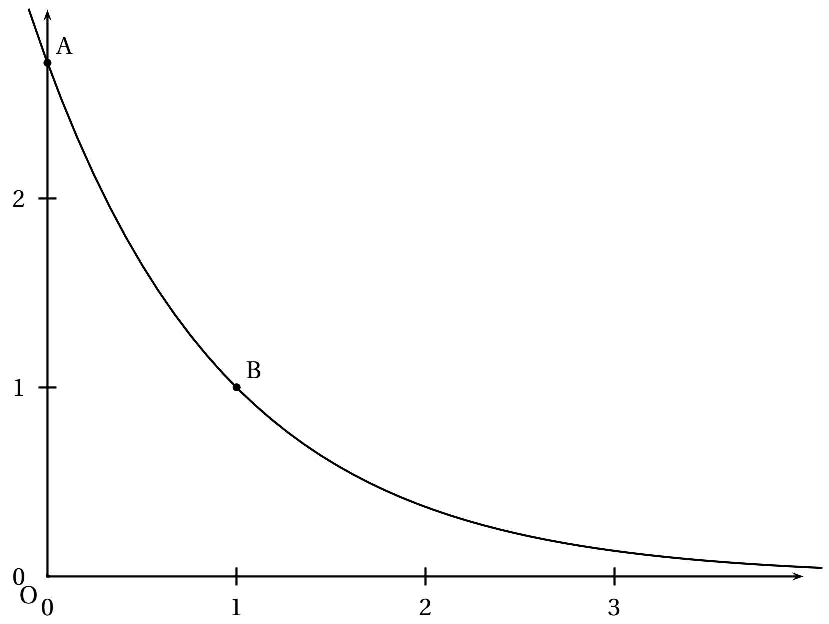

On a représenté ci-dessus, dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath}\right)$, la courbe représentative de la fonction f dérivable sur $\mathbb{R}$, solution de l'équation différentielle

$$(\mathrm{E}) \qquad : \quad y' + y = 0 \quad \text{et telle que} \quad f(0) = \mathrm{e}.$$

1. Déterminer $f(x)$ pour tout x réel.

2. Soit t un réel donné de l'intervalle $[1\,;\,\mathrm{e}]$.
Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $\mathrm{e}^{1-x} = t$ d'inconnue x.

3. Soit A le point d'abscisse 0 et B le point d'abscisse 1 de la courbe.
On considère le solide obtenu par rotation autour de l'axe des ordonnées de l'arc de courbe $\widehat{\mathrm{AB}}$ comme représenté ci-dessous. On note V son volume.
On admet que $\mathrm{V} = \pi \displaystyle\int_1^{\mathrm{e}} (1 - \ln t)^2\, \mathrm{d}t$.
Calculer V à l'aide de deux intégrations par parties successives.