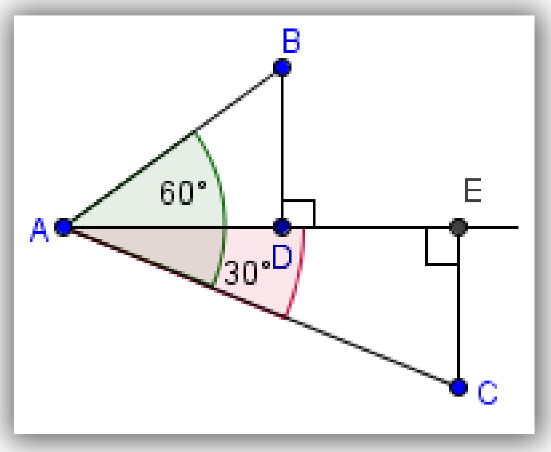
Exercice 1 :

$ABCD$ est un parallélogramme.

En calculant $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD})^2$ démontrer que : $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AD}=\frac{1}{2}(AC^2-AB^2-AD^2)$

Exercice 2 :



On sait que $AB=4$, $AC=6$, $\widehat{BAC}=60°$ et $\widehat{DAC}=30°$

1. Calculer AD, AE, BD et EC
2. Calculer $\overrightarrow{BA}\cdot\overrightarrow{CA}$, $\overrightarrow{AE}\cdot\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{AE}$
3. Calculer $\overrightarrow{BC}\cdot\overrightarrow{AE}$, $\overrightarrow{DB}\cdot\overrightarrow{EC}$ et $\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}$

Exercice 3 :

ABC est un triangle rectangle en A. $[AH]$ est la hauteur issue de A.

1. Démontrer que $BA^2=\overrightarrow{BH}\cdot\overrightarrow{BC}$
2. Exprimer de même CA^2

Exercice 4 :

1. Démontrer que si $\| \overrightarrow{u} \| = \| \overrightarrow{v} \|$ alors les vecteurs $\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{u}-\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux.
2. Étudier la réciproque.

Exercice 5 :

1. Démontrer que si les vecteurs non nuls $\overrightarrow{u}$ et $\overrightarrow{v}$ sont orthogonaux alors $\| \overrightarrow{u}+\overrightarrow{v} \| = \| \overrightarrow{u}-\overrightarrow{v} \|$.
2. Étudier la réciproque.
3. Soit $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{u}$, $\overrightarrow{AD}=\overrightarrow{v}$ et $\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{u}+\overrightarrow{v}$.

   a) Si $\| \overrightarrow{u}+\overrightarrow{v} \| = \| \overrightarrow{u}-\overrightarrow{v} \|$ quelle est la nature du quadrilatère $ABCD$?

   b) Si $ABCD$ est un rectangle, que peut-on en déduire pour $\| \overrightarrow{u}+\overrightarrow{v} \|$ et $\| \overrightarrow{u}-\overrightarrow{v} \|$