

Problème 11 points

Commun à tous les candidats

L'objet de ce problème est d'étudier une fonction à l'aide d'une fonction auxiliaire

Partie A

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $] - 1 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x}{x+1} - 2 \ln(x+1)$$

1. Calculer $f'(x)$, étudier son signe et en déduire le tableau de variations de la fonction f .
2. Calculer $f(0)$. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet exactement deux solutions dont l'une, que l'on désigne par α , appartient à $[- 0,72 ; - 0,71]$.
- 3) Donner le signe de $f(x)$, pour x appartenant à $- 1 ; +\infty[$.

Partie B

Soit g la fonction définie sur l'ensemble $] - 1 ; 0[\cup] 0 ; +\infty[$ par :

$$g(x) = \frac{\ln(x+1)}{x^2}$$

- 1) Étude de g aux bornes de son ensemble de définition
 - a. Calculer les limites de $g(x)$ quand x tend vers 0 par valeurs inférieures et quand x tend vers 0 par valeurs supérieures
 - b. Calculer les limites de g en $+\infty$ et en -1

2. Sens de variation de g

- a. Calculer $g'(x)$ et déduire, à l'aide de la partie A, son signe

- b. Montrer que $g(\alpha) = \frac{1}{2\alpha(\alpha+1)}$

. En déduire une valeur approchée de $g(\alpha)$ en prenant $\alpha = -0,715$

3) Tableau de variations et représentation graphique de g

- a. Dresser le tableau de variations de la fonction g
- b. Représenter graphiquement la fonction g dans le plan rapporté à un repère orthonormal (unité graphique : 2 cm).