

EXERCICE 2

5 points

Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité

Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct (O, \vec{u}, \vec{v}) . On prendra 1 cm pour unité graphique. On considère les points A, B, C et D d'affixes respectives

$$z_A = 2 + i, \quad z_B = 1 + 2i, \quad z_C = 6 + 3i, \quad z_D = -1 + 6i.$$

1. Représenter les points A, B, C et D.
2. Montrer qu'il existe une similitude directe f telle que $f(A) = B$ et $f(C) = D$.
Montrer que cette similitude est une rotation, et préciser ses éléments caractéristiques.
3. Soit J le point d'affixe $3 + 5i$.
Montrer que la rotation R de centre J et d'angle $-\frac{\pi}{2}$ transforme A en D et C en B.
4. On appelle I le point d'affixe $1 + i$, M et N les milieux respectifs de segments [AC] et [BD].
Déterminer, en utilisant les résultats des questions précédentes, la nature du quadrilatère IMJN.
5. On considère les points P et Q tels que les quadrilatères IAPB et ICQD sont des carrés directs.
 - a. Calculer les affixes z_P et z_Q des points P et Q .
 - b. Déterminer $\frac{IP}{IA}$ et $\frac{IQ}{IC}$ ainsi qu'une mesure des angles (\vec{IA}, \vec{IP}) et (\vec{IC}, \vec{IQ}) .
En déduire les éléments caractéristiques de la similitude directe g telle que $g(A) = P$ et $g(C) = Q$.
 - c. En déduire que J est l'image de M par g . Que peut-on en déduire pour J?