1 ERE S **FONCTION** *feuille 6*

Exercice : Etude de fonction

1. On considère la fonction f définie sur **R** \{-1 ;1} par f(x) = $\frac{x^3-4}{x^2-1}$, de courbe représentative Cf dans un repère orthonormé (O $\vec{i}$, $\vec{j}$)

1°) Etude d'une fonction auxiliaire

On pose g(x) = $x^3 - 3x + 8$

a) Etudier le sens de variation de la fonction g et ses limites en + et - .
b) Montrer que l'équation g(x) = 0 admet sur une unique solution notée α.
c) Donner un encadrement de α d'amplitude 0,01.
d) En déduire le signe de g(x) selon les valeurs de x.

2°) Variations de f

a) Déterminer les limites de f en + et en - .
b) Déterminer les limites de f en -1 et en 1 et préciser les asymptotes.
c)Calculer f '(x) et montrer que f '(x) = $\frac{xg(x)}{(x^2-1)^2}$.
d) En déduire les variations de f (dresser le tableau de variation).

3°) Asymptote oblique

a) Montrer qu'il existe des réels a, b et c tels que f(x) = ax + $\frac{bx+c}{x^2-1}$
b)En déduire que Cf admet une asymptote oblique D.
c Etudier la position relative de Cf par rapport à D.
Vérifier que Cf rencontre D en un unique point A.

4°) Tangentes

a)Donner l'équation de la tangente T à Cf au point d'abscisse 0.
b) Montrer que les abscisses des points B et B' de Cf admettant une tangente parallèle à D sont $4+\sqrt{15}$ et $4-\sqrt{15}$

5°) f(α) Montrer que f(α) = α

6°) Graphe (2points)

tracer Cf, D, les asymptotes verticales et la tangente T.