

**EXERCICE 2****5 points****Candidats ayant suivi l'enseignement de spécialité**

Dans le plan complexe muni du repère orthonormal direct  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ , on considère les points A d'affixe  $3i$  et B d'affixe  $6$ ; unité graphique : 1 cm.

**Partie A**

1. Montrer qu'il existe une similitude directe et une seule qui transforme A en O et O en B. Préciser ses éléments caractéristiques.
2. Montrer qu'il existe une similitude indirecte et une seule qui transforme A en O et O en B.

**Partie B**

1. Soit  $f$  la transformation du plan dans lui-même qui, à tout point  $M$  d'affixe  $z$ , associe le point  $M'$  d'affixe  $z' = -2i\bar{z} + 6$  où  $\bar{z}$  désigne le conjugué de  $z$ .  
Montrer que  $f$  possède un point invariant et un seul. On note K ce point.
2. Soit  $h$  l'homothétie de centre K et de rapport  $\frac{1}{2}$ .  
On pose  $g = f \circ h$ .
  - a. Montrer que  $g$  est une isométrie laissant invariant le point K.
  - b. On désigne par  $M''$  l'image du point  $M$  d'affixe  $z$  par la transformation  $g$ .  
Montrer que l'écriture complexe de  $g$  est  $z'' = -i\bar{z} + 2 + 2i$  où  $z''$  est l'affixe de  $M''$ .
  - c. Montrer qu'il existe sur l'axe  $(O, \vec{v})$  un unique point invariant par  $g$ ; on le note L.  
Reconnaître alors la transformation  $g$ .
  - d. En déduire que la transformation  $f$  est la composée d'une homothétie  $h'$  suivie de la réflexion d'axe (KL). Préciser les éléments caractéristiques de  $h'$ .
3. Déterminer les droites  $\Delta$  telles que  $f(\Delta)$  et  $\Delta$  soient parallèles.