

EXERCICE

on considère la suite  $(u_n)$  définie par :  $u_0 = 1$  et  $u_{n+1} = \frac{1}{3} u_n + n - 1$

pour tout entier  $n$

Soit  $(v_n)$  la suite définie par  $v_n = 4 u_n - 6n + 15$

1) montrer que la suite  $(v_n)$  est géométrique

2) calculer  $v_0$  puis calculer  $v_n$  en fonction de  $n$ . En déduire que pour tout entier  $n$  :

$$u_n = \frac{19}{4} \times \frac{1}{3^n} + \frac{6n-15}{4}$$

3) montrer que  $u_n$  peut s'écrire sous la forme  $u_n = t_n + w_n$

où  $(t_n)$  est une suite géométrique et  $(w_n)$  est une suite arithmétique

4) calculer :

$$T_n = t_0 + t_1 + \dots + t_n = \sum_{k=0}^n t_k$$

$$W_n = w_0 + w_1 + \dots + w_n = \sum_{k=0}^n w_k$$

en déduire  $U_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = \sum_{k=0}^n u_k$