

EXERCICE

Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = \frac{1}{1+x^2}$

Soit F la primitive de f sur \mathbf{R} telle que $F(0) = 0$

1- quel est le sens de variation de F sur \mathbf{R} ?

2- soit φ la fonction définie sur \mathbf{R} par $\varphi(x) = F(x) + F(-x)$
calculer $\varphi'(x)$ et montrer que φ est constante . que vaut cette constante ?

en déduire la parité de F .

3- pour x appartenant à l' intervalle $]-\frac{\pi}{2} ; \frac{\pi}{2}[$ soit g la fonction définie par :

$$g(x) = F(\tan x) . \text{ montrer que } g(x) = x .$$

en déduire $F(1)$, $F(\frac{1}{\sqrt{3}})$, $F(\sqrt{3})$)

4- pour $x > 0$ on définit la fonction u par $u(x) = F(x) + F(\frac{1}{x})$
calculer u' et montrer que u est constante

$$\text{prouver que pour } x > 0 \quad F(x) + F(\frac{1}{x}) = \frac{\pi}{2}$$

en déduire $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$

ANNEXE

