**1 ERE S** **PRODUIT SCALAIRE** *feuille 5*

## Exercice 1

Le plan est muni d'un repère orthonormal direct $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
On considère :

- le point $A$ de coordonnées polaires $\left(1, \frac{\pi}{4}\right)$
- le point $B$ de coordonnées cartésiennes ( $\frac{1}{2}$ ; $\frac{\sqrt{3}}{2}$ )

1) Faire une figure en prenant une unité de 4cm.
2) Calculer les coordonnées cartésiennes de $A$, puis les coordonnées polaires de $B$.
3) Montrer que $(\overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}) = \frac{\pi}{12}$.
4) Calculer le produit scalaire $\overrightarrow{OA} \cdot \overrightarrow{OB}$, en déduire la valeur exacte de cos $\frac{\pi}{12}$.
5) Calculer $\left(\frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}\right)^2$, puis sin $\frac{\pi}{12}$.

## Exercice 2

Soit $OBD$ un triangle rectangle et isocèle direct en $O$.

On a $(\overrightarrow{OB}, \overrightarrow{OD}) = \frac{\pi}{2}$ et on pose $OB=OD=$b (b>0).

$A$ est un point du segment [$OB$] et $C$ est un point du segment [$OD$] tel que $OC = OA =$ a (a>0).
$I$ est le milieu de [$AD$].
Le but de l'exercice est de montrer, avec deux méthodes différentes, que les droites ($BC$) et ($OI$) sont perpendiculaires.

**Méthode 1**

On choisit le repère orthonormal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ tel que $\overrightarrow{OA} = a\vec{i}$ et $\overrightarrow{OD} = b\vec{j}$.

1) Calculer en fonction de a et b les coordonnées de $B$, $C$ et $I$.
2) Calculer $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{BC}$, puis conclure.

**Méthode 2**

1) Montrer que $2\overrightarrow{OI} = \overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OD}$.
2) Calculer $\overrightarrow{OI} \cdot \overrightarrow{BC}$, puis conclure.

## Exercice 3

$ABC$ est un triangle rectangle en $A$; $H$ est le pied de lahauteur issue de $A$.

1) Montrer que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BA^2$, puis que $\overrightarrow{BA} \cdot \overrightarrow{BC} = BH \cdot BC$.
2) Calculer $BH$ lorsque $AB$=3 et $AC$=4.

## Exercice 4

Soit a un réel positif.
ABCD est un parallélogramme tel que AB = a et BC = 2a. I est le milieu de [BC].
Démontrer que AID est rectangle en I.