

EXERCICE 4 (3 points)

*Commun à tous les candidats***Partie A**

On dispose d'un dé en forme de tétraèdre régulier, possédant une face bleue, deux faces rouges et une face verte ; on suppose le dé parfaitement équilibré.

Une partie consiste à effectuer deux lancers successifs et indépendants de ce dé. À chaque lancer on note la couleur de la face cachée.

On considère les événements suivants :

E est l'événement « à l'issue d'une partie, les deux faces notées sont vertes »,

F est l'événement « à l'issue d'une partie, les deux faces notées sont de la même couleur ».

1) Calculer les probabilités des événements E et F ainsi que la probabilité de E sachant F.

2) On effectue dix parties identiques et indépendantes.

Calculer la probabilité d'obtenir au moins deux fois l'événement F au cours de ces dix parties (on en donnera une valeur approchée décimale à 10^{-3} près).

Partie B

On souhaite savoir si le dé utilisé peut être considéré comme parfaitement équilibré.

Pour cela, on numérote de 1 à 4 les quatre faces de ce dé, puis on lance ce dé 160 fois en notant le nombre n_i de fois où chaque face i est cachée ; on obtient les résultats suivants :

Face i	1	2	3	4
Effectif n_i	30	48	46	32

On note f_i la fréquence relative à la face i et d_{obs}^2 le réel $\sum_{i=1}^4 \left(f_i - \frac{1}{4} \right)^2$.

On simule ensuite 1000 fois l'expérience consistant à tirer un chiffre au hasard 160 fois parmi l'ensemble $\{1, 2, 3, 4\}$ puis, pour chaque simulation, on calcule $d^2 = \sum_{i=1}^4 \left(F_i - \frac{1}{4} \right)^2$, où F_i est la fréquence d'apparition du chiffre i . Le 9^e décile de la série statistique des 1000 valeurs de d^2 est égal à 0,0098.

Au vu de l'expérience réalisée et au risque de 10%, peut-on considérer le dé comme parfaitement équilibré ?

5/5