EXERCICE 4 (5 points)

Commun à tous les candidats

1) Dans un stand de tir, un tireur effectue des tirs successifs pour atteindre un ballon afin de le crever. A chacun de ces tirs, il a la probabilité 0,2 de crever le ballon. Le tireur s'arrête quand le ballon est crevé. Les tirs successifs sont supposés indépendants.

a) Quelle est la probabilité qu'au bout de deux tirs le ballon soit intact ?

b) Quelle est la probabilité que deux tirs suffisent pour crever le ballon ?

c) Quelle est la probabilité p_n que n tirs suffisent pour crever le ballon ?

d) Pour quelles valeurs de n a-t-on : $p_n > 0,99$?

2) Ce tireur participe au jeu suivant :

Dans un premier temps il lance un dé tétraédrique régulier dont les faces sont numérotées de 1 à 4 (la face obtenue avec un tel dé est la face cachée) ; soit k le numéro de la face obtenue. Le tireur se rend alors au stand de tir et il a droit à k tirs pour crever le ballon.

Démontrer que, si le dé est bien équilibré, la probabilité de crever le ballon est égale à 0,4096 (on pourra utiliser un arbre pondéré).

3) Le tireur décide de tester le dé tétraédrique afin de savoir s'il est bien équilibré ou s'il est pipé. Pour cela il lance 200 fois ce dé et il obtient le tableau suivant :

Face k	1	2	3	4
Nombre de sorties de la face k	58	49	52	41

a) Calculer les fréquences de sorties f_k observées pour chacune des faces.

b) On pose $d^2 = \sum_{k=1}^{4}\left(f_k - \frac{1}{4}\right)^2$. Calculer d^2.

c) On effectue maintenant 1 000 simulations des 200 lancers d'un dé tétraédrique bien équilibré et on calcule pour chaque simulation le nombre d^2. On obtient pour la série statistique des 1000 valeurs de d^2 les résultats suivants :

Minimum	**D_1**	**Q_1**	**Médiane**	**Q_3**	**D_9**	**Maximum**
0,00124	0,00192	0,00235	0,00281	0,00345	0,00452	0,01015

Au risque de 10 %, peut-on considérer que ce dé est pipé ?