

**Exercice 1 (4 points)**  
*Commun à tous les candidats*

*Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie. Dans le cas d'une proposition fausse, la démonstration consistera à proposer un contre-exemple. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.*

- 1) Si  $f$  est la fonction définie pour tout nombre réel  $x$  par :  $f(x) = \sin^2 x$ , alors sa fonction dérivée vérifie, pour tout nombre réel  $x$  :  $f'(x) = \sin 2x$ .
- 2) Soit  $f$  est une fonction définie et dérivable sur l'intervalle  $[-1;1]$ , dont la dérivée est continue sur cet intervalle. Si  $f(-1) = -f(1)$ , alors :  $\int_{-1}^1 t f'(t) dt = - \int_{-1}^1 f(t) dt$ .
- 3) Soit  $f$  une fonction définie et continue sur l'intervalle  $[0;3]$ .  
Si  $\int_0^3 f(t) dt \leq \int_0^3 g(t) dt$ , alors pour tout nombre réel  $x$  appartenant à  $[0;3]$  :  $f(x) \leq g(x)$ .
- 4) Si  $f$  est solution de l'équation différentielle  $y' = -2y + 2$  et si  $f$  n'est pas une fonction constante, alors la représentation de  $f$  dans un repère du plan, n'admet aucune tangente parallèle à l'axe des abscisses.