

**EXERCICE 2 (5 points)**

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal direct  $(O; \vec{u}, \vec{v})$  (unité graphique : 4 cm).

Soit A le point d'affixe  $z_A = i$  et B le point d'affixe  $z_B = e^{-i\frac{5\pi}{6}}$ .

- 1) Soit  $r$  la rotation de centre O et d'angle  $\frac{2\pi}{3}$ . On appelle C l'image de B par  $r$ .
  - a) Déterminer une écriture complexe de  $r$ .
  - b) Montrer que l'affixe de C est  $z_C = e^{-i\frac{\pi}{6}}$ .
  - c) Écrire  $z_B$  et  $z_C$  sous forme algébrique.
  - d) Placer les points A, B et C.
  
- 2) Soit D le barycentre des points A, B et C affectés respectivement des coefficients 2, -1 et 2.
  - a) Montrer que l'affixe de D est  $z_D = \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$ . Placer le point D.
  - b) Montrer que A, B, C et D sont sur un même cercle.
  
- 3) Soit  $h$  l'homothétie de centre A et de rapport 2. On appelle E l'image de D par  $h$ .
  - a) Déterminer une écriture complexe de  $h$ .
  - b) Montrer que l'affixe de E est  $z_E = \sqrt{3}$ . Placer le point E.
  
- 4) a) Calculer le rapport  $\frac{z_D - z_C}{z_E - z_C}$ . On écrira le résultat sous forme exponentielle.  
b) En déduire la nature du triangle CDE.