

EXERCICE 1 (5 points)*Commun à tous les candidats*

Les parties 1) et 2) portent sur un même thème, la dérivation, mais sont indépendantes.

1) Restitution organisée de connaissances

La formule donnant la dérivée du produit de deux fonctions dérivables est supposée connue.

On a énoncé ci-dessous deux propositions désignées par P et Q . Dire pour chacune d'elles si elle est vraie ou fausse et justifier.

Dans cet exercice n désigne un entier naturel strictement supérieur à 1.

P : Soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f(x) = x^n$; alors f est dérivable sur \mathbf{R} , de dérivée f' donnée sur \mathbf{R} par : $f'(x) = n x^{n-1}$.

Q : Soit u une fonction dérivable sur \mathbf{R} et soit f la fonction définie sur \mathbf{R} par $f = u^n$; alors f est dérivable sur \mathbf{R} , de dérivée f' donnée par $f' = n u^{n-1}$.

2) On désigne par g la fonction définie sur $] -1 ; 1[$ par $g(0) = 0$ et $g'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$, où g' désigne la dérivée de la fonction g sur $] -1 ; 1[$; on ne cherchera pas à expliciter $g(x)$.

On considère alors la fonction composée h définie sur $] -\pi ; 0[$ par $h(x) = g(\cos x)$.

a) Démontrer que pour tout x de $] -\pi ; 0[$ on a $h'(x) = 1$, où h' désigne la dérivée de h .

b) Calculer $h\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ puis donner l'expression de $h(x)$.