

EXERCICE 2 (5 points)

Pour chacune des 5 propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie.

Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

L'espace est muni d'un repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

On considère la droite (d) dont un système d'équations paramétriques est
$$\begin{cases} x = 2 - \frac{t}{2} \\ y = 1 \\ z = 5 - \frac{3t}{2} \end{cases} \quad (t \in \mathbf{R})$$

On note A le point de coordonnées $(2, -1, 1)$, B le point de coordonnées $(4, -2, 2)$ et C le point de (d) d'abscisse 1.

1. Proposition 1

« La droite (d) est parallèle à l'axe $(O ; \vec{j})$ ».

2. Proposition 2

« Le plan P d'équation $x + 3z - 5 = 0$ est le plan passant par A et orthogonal à (d) ».

3. Proposition 3

« La mesure de l'angle géométrique \widehat{BAC} est $\frac{\pi}{3}$ radians ».

4. Soit G le barycentre des points pondérés $(A ; -1)$, $(B ; 1)$ et $(C ; 1)$.

Proposition 4

« Les segments $[AG]$ et $[BC]$ ont le même milieu ».

5. Proposition 5

« La sphère de centre C et passant par B coupe le plan P d'équation $x + 3z - 5 = 0$ ».