

EXERCICE 2 (5 points)

Pour chacune des 5 propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

1. Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

On considère la transformation du plan qui à tout point d'affixe z associe le point d'affixe z' définie par : $z' = 2iz + 1$.

Proposition 1 : « Cette transformation est la similitude directe de centre A d'affixe $\frac{1}{5} + \frac{2}{5}i$, d'angle $\frac{\pi}{2}$ et de rapport 2 ».

2. Dans l'espace muni du repère orthonormal $(O ; \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$, on note S la surface d'équation $z = x^2 + 2x + y^2 + 1$.

Proposition 2 : « La section de S avec le plan d'équation $z = 5$ est un cercle de centre A de coordonnées $(-1, 0, 5)$ et de rayon 5 ».

3. **Proposition 3 :** « $5^{750} - 1$ est un multiple de 7 ».

4. **Proposition 4 :** « Si un entier naturel n est congru à 1 modulo 7 alors le PGCD de $3n + 4$ et de $4n + 3$ est égal à 7 ».

5. Soient a et b deux entiers naturels.

Proposition 5 : « S'il existe deux entiers relatifs u et v tels que $au + bv = 2$ alors le PGCD de a et b est égal à 2 ».